경남교육 2023-204

경남교육 아이좋아

2023.
수학과 평가 문항 제작 도움 자료집

경상남도교육청
중 등 교 육 과

목차

I

문항 제작 및 검토의 이론적 기초

Ⅰ

문항 제작 및 검토의 이론적 기초

1 평가와 문항

가. 교육 현장에서의 평가의 개념과 목적

교육 현장에서 평가란 교육과 관련된 대상(사람, 기관, 프로그램 등)의 자료를 체계적으로 수집하여 가치를 판단하는 행위라 할 수 있다. 교육적 판단을 위한 교육평가는 교수·학습 과정에서 다양한 정보의 수집이 전제되어야 한다.

일반적으로 교육 현장에서 평가의 목적은 설정된 교육 목적의 달성 정도를 파악하기 위한 것이다. 그러나 교육평가는 이러한 목표 달성도의 확인으로 보는 타일러(Tyler)식 개념 정의에 국한되지 않고 다양한 기능을 한다. 학생들에게는 학습 동기의 외적 강화 기능 및 자기 성찰의 기능을 한다. 한편 교사에게는 학습을 진단하여 그에 맞는 교육 활동을 전개하고 진학지도 자료를 수집하도록 돕는 기능을 하며, 평가 결과를 바탕으로 교수·학습 방법을 개선하여 최적의 교육과정과 학습 환경을 제공하는 기능을 한다. 이러한 관점에서 볼 때, **평가에 있어 교사와 학생이 가장 지양해야 할 점은 평가를 교육과정의 최종 목표로 삼아 교육을 저해하는 것이다.** 즉, 평가는 학습의 과정이므로 평가 그 자체로도 교육적이어야 하며 잠재적 교육과정에 긍정적으로 이바지해야 한다.

나. 좋은 문항의 조건

평가의 중요한 기능 중 하나는 수험자의 능력을 정확히 파악하고 이를 기반으로 교수·학습 방법의 개선 정보를 추출, 제공하는 것이라 할 수 있다. 이러한 기능을 잘 수행하기 위해서는 평가 혹은 시험 자체가 ‘좋은 평가’, ‘좋은 시험’이 되어야 하며, 그 조건으로 평가의 타당도와 신뢰도가 요구된다. 평가(검사)의 타당도와 신뢰도는 검사 틀, 문항 수, 시행 요건 등 다양한 요인에 의해 결정되기도 하지만, 가장 기본적으로는 문항의 질에 의존한다고 볼 수 있다. 즉, 평가를 구성하는 문항 하나하나가 신뢰할 수 있고 타당해야 평가의 타당도와 신뢰도를 확보할 수 있다.

평가의 질은 문항 제작자의 능력에 비례한다고 볼 수 있으므로 좋은 문항을 제작하기 위해서 문항 제작자는 다음과 같은 사항에 대한 충분한 이해와 능력을 지녀야 한다.

1) 문항에서 요구하는 능력이 원래 측정하고자 하는 능력과 일치하여야 한다.

즉, 문항 내용과 평가 목표가 일치하여야 한다. 이는 좋은 문항이 되기 위한 가장 일차적인 조건이면서, 문항의 타당성을 높이기 위한 필수 조건이다. 만약 어떤 문항이 삼수선의 정리를 이해하고 있는지를 측정한다고 하고서, 실제적으로는 중학교 과정에서 배우는 피타고라스 정리만으로도 쉽게 해결할 수 있다면 이는 엉뚱한 것을 측정하는 문항이 되고 만다. 따라서 문항 제작자는 문항이 측정하고자 했던 교육 목표가 실제적인 행동과 내용으로 문항에 드러날 수 있도록 문항 장면을 설정해야 한다.

2) 복합성(Complexity)을 지녀야 한다.

즉, 단순 지식의 기억 및 재생을 묻기보다는 사고력, 특히 분석, 종합, 평가 등의 고등 정신 능력을 물을 수 있는 문항이어야 한다. 물론, 평가 목적이 단순 기억에 의한 사실 재생에 있다면 복합성이란 조건이 중요하지 않을 수도 있다. 하지만, 대부분의 교육 목표가 단순 사실 암기에 있지 않음을 상기하고, 가급적 사고력을 묻는 문항을 제작하도록 노력해야 할 것이다.

3) 참신성(Novelty)을 지녀야 한다.

즉, 문항의 형식 혹은 내용이 현재까지 많이 사용되어 왔던 진부성을 벗어나 학생들에게 새로운 경험을 주는 것이어야 한다. 하지만, 참신성을 너무 강조하여 중요하지 않은 내용을 묻거나 지나치게 생소한 문항을 제작하는 우를 범하지 않아야 한다.

4) 문장이 모호하지 않도록 구조화되어야 한다.

구조화란 문항의 체계성과 명료성을 의미하는 것으로, 이를 위해 문항 제작자는 학생들이 답해야 할 방향을 명확하게 구체화해야 한다. 보통 선택형 문항이 서답형 문항보다 더 구조화되어 있다고 볼 수 있다. 예컨대 ‘수행평가에 대해 논하라’는 문항보다는 ‘수행평가의 정의와 특성을 설명하고, 수행평가 시행상의 문제점과 개선 방안을 제시하라’는 문항이 더 구조화되었다고 볼 수 있다. 단, 서답형 특히 논술형의 경우에는 지나치게 구조화되어 표현력이나 창의력 등을 측정하기 어렵거나 혹은 전혀 구조화되지 않아 불명료한 문항이 제작되어서는 안 된다.

5) 학습 동기를 유발시켜야 한다.

평가도 하나의 교육 활동으로서, 학생들의 사고력을 배양하고 학습에 대한 흥미와 도전 의식을 북돋우도록 제작·활용될 필요가 있다. 충실하게 학습한 학생이면 무난히 풀 수 있도록 문항을 제작함으로써 학생들에게 긍정적 자아개념을 형성하게 하는 일, 주변의 일상생활과 밀접히 관련지어 문항을 구성함으로써 해당 교육 내용에 대한 흥미를 유발하는 일, 참신하면서도 약간 어려운 문항을 출제함으로써 호기심과 도전 의식을 불러일으키는 일 등은 교육적으로 중요하다.

6) 문항의 제작 원칙과 검토 원칙 등에 충실해야 한다.

인용문의 표현, 그림과 표 제시, 보기의 예시, 지문 등은 문항의 제작 지침과 검토 지침을 따라야 한다. 이것은 문항의 일관성 유지를 위해 필요하다.

7) 문항의 교육적 기능을 고려해야 한다.

문항은 윤리적, 도덕적으로 문제를 지니지 않아야 한다. 시험도 교육의 연장이라는 관점에서 문항 속에 불건전한 내용이 포함되지 않도록 유념해야 한다.

8) 문항의 공평성을 중시해야 한다.

특정 집단에게 유리하거나 불리하게 제작된 문항을 차별 기능 문항, 또는 편파 문항이라고 한다. 남자와 여자가 가지는 경험의 차이, 지역에 따른 사회문화적 차이 등이 중요하게 고려되어야 한다.

다. 문항 유형

평가 문항의 유형은 크게 선택형과 서답형으로 구분되며, 선택형 문항은 진위형, 연결형, 선다형으로, 서답형 문항은 단답형, 완성형, 서술형 또는 논술형으로 나누어 볼 수 있다.[1)]

1) 진위형 문항

진위형 문항은 제시된 진술문을 보고 진술문이 옳은지, 그른지를 판단하여 응답하는 형태이다. 이러한 진위형 문항은 문항 제작이 용이하고, 채점의 객관성을 높일 수 있다는 장점과 함께 주어진 시간 내에 다수의 문항으로 많은 교과 내용을 측정할 수 있다는 특징이 있다. 그러나 수험자가 추측하여 답을 맞힐 수 있는 확률이 높고 고차원의 사고력 측정이 힘들어 다양한 수준의 학생들을 변별하기 어렵다는 한계점이 있다.

2) 연결형 문항

연결형 문항은 일련의 문제들과 답지들을 배열하여 문제에 대한 정답을 답지에서 찾아 연결하는 문항 형태이다. 이러한 연결형 문항은 채점이 용이하다는 장점이 있는 반면 답지들 사이에 동질성이 떨어질 경우 정답을 쉽게 찾을 수 있다는 점과 단순한 지식의 암기 능력을 측정하고 추론적 사고력을 측정하는 데 한계가 있다는 단점이 있다.

3) 선다형 문항

선다형 문항은 대학수학능력시험을 포함하여 많은 시험에서 가장 일반적으로 사용되는 문항 형태로서 주어진 질문에 대하여 두 개 이상의 선지를 제시하고 그 중 정답을 선택하는 형태이다. 선다형 문항은 다른 문항 유형에 비해 다양하고 폭넓은 내용을 측정할 수 있고, 내용 타당도 및 채점의 객관성을 높일 수 있다는 장점과 함께 고차원적 사고력을 측정하는 것이 가능하다는 특징을 가지고 있다. 그러나 선택형의 다른 문항 유형들과 마찬가지로 추측에 의해서 정답을 맞힐 수 있는 가능성이 여전히 높은 편이며, 정교하게 문항이 설계되고 제작되지 않았을 경우, 단순 지식이나 암기력을 측정하는 문항으로 전락할 수 있는 가능성이 있다.

1) 대학수학능력시험 수학 영역에서 출제되는 문항의 구체적인 출제 유형은 부록을 참고

4) 단답형 문항

단답형 문항은 간단한 단어나 구 혹은 수나 기호로 응답할 수 있는 문항 형태이다. 단답형 문항은 서답형 문항 중 문항 제작이 비교적 용이하면서, 서답형의 다른 문항 유형에 비해 채점이 용이하고 동시에 채점의 객관성을 높일 수 있는 문항 유형이다. 다만 간단한 단어나 구 혹은 수나 기호로 응답을 요구하는 형태이므로 수험자의 고차원적 사고력을 측정하는 데는 일정한 한계점이 있다.

5) 완성형 문항

완성형 문항은 문장에 여백을 두고 수험자가 문장을 완성하도록 요구하는 문항 형태이다. 이와 같은 완성형 문항은 서술형 문항보다 신뢰도가 높으며 문항 제작이 용이하면서 채점의 객관성을 높일 수 있다는 장점이 있다. 다만 단답형 문항과 마찬가지로 수험자의 고등정신 능력을 측정하기 어렵고, 유사한 정답이 나올 수 있기 때문에 채점이 쉽지 않다. 또한 학생의 학습 방향을 피상적이고 단순한 방향으로 몰아갈 가능성이 높다.

6) 서술형 또는 논술형 문항

서술형 또는 논술형 문항은 주어진 질문에 대해 제한 없이 응답할 수 있는 문항 형태이다. 흔히 서술형 또는 논술형 문항은 수험자의 분석력, 비판력, 조직력, 문제 해결력 등을 광범위하게 측정할 수 있는 것으로 알려져 있다. 그러나 이러한 장점에도 불구하고 서술형 또는 논술형 문항은 채점자의 주관이 개입되므로 채점의 일관성을 확보하기 어렵다는 약점을 가지고 있다. 요컨대 동일한 답안에 대해서도 관대한 채점자가 채점하는 경우와 엄격한 채점자가 채점하는 경우 채점의 엄격성 차이에 따른 점수 차이가 발생할 수 있으며, 이에 따라 검사의 공신력이 저하될 수 있다.

라. 수학과 평가 문항의 출제 방향

1) 수학과 교육과정의 내용과 수준에 맞추어 수학적 사고력을 측정할 수 있는 문항을 출제한다.

2) 수학적인 오류나 모호함이 없는 문항을 출제한다.

3) 계산 능력, 이해 능력, 추론 능력, 문제해결 능력을 적절하게 평가할 수 있으며 평가 목표가 분명한 문항을 출제한다.

4) 문항의 내용과 소재가 특정 영역에 지나치게 편중되지 않도록 고르게 출제한다.

5) 출제 시 문항정보표를 먼저 작성하고, 이 표에 따라 내용 및 행동 영역별 비중을 준수하면서 출제한다.

6) 실생활 및 타 교과 소재나 상황을 이용할 때에는 현실에 부합되고, 타 교과 지식에 적합한 문항을 출제한다.

7) 문항은 학생들이 이해하기 쉬우면서도 간결·분명·정확한 표현을 사용한다.

8) 단순 공식이나 지식의 암기 여부를 확인하는 문항의 출제는 지양한다.

9) 교과서에 나오는 수학의 기본 개념이나 원리를 이해하고 있으면 풀 수 있는 문항을 출제하고, 교과서에 나오는 기본 공식이 아닌 특정 공식을 암기하지 못하면 풀 수 없는 문항의 출제는 지양한다.

10) 지나치게 복잡한 계산 위주인 문항의 출제는 지양한다.

11) 한 문항의 풀이에 지나치게 긴 시간이 소요되는 문항의 출제는 지양한다.

12) 예상 평균 점수와 문항별 예상 정답률 등을 고려하여 문항의 난이도를 조절한다.

2 문항 제작의 원칙

가. 선다형 문항 제작 원칙

1) 중요한 학습 내용을 포함하여야 한다.

변별을 위해 교수·학습 과정에서 중요하게 다루었던 학습 내용이 아니라 지엽적인 사실을 묻는 질문은 피한다.

2) 문항마다 질문의 내용이 하나의 사실을 묻도록 단순, 명쾌하게 구조화되어야 한다.

질문이 모호하면 수험자는 답지[2)]를 보고 응답하게 되므로 답지를 읽지 않고도 질문의 내용을 이해할 수 있어야 한다. 즉, 출제자의 출제 의도가 수험자에게 분명하게 전달되어야 한다.

3) 문항이나 답지의 서술이 간단하고 명확한 단어로 서술되어야 한다.

질문이나 답지를 서술할 때 가능한 한 정확한 단어로 서술하여야 하며, 불필요하게 단어가 반복되지 않도록 한다.

4) 문항의 질문 형태가 가능하면 긍정문이어야 한다.

문항의 질문 형태는 가능하면 긍정문으로 하는 것이 바람직하다. 부득이하게 부정문을 사용할 경우 수험자의 주의를 환기시키기 위하여 밑줄을 긋거나 진하게 표시한다.

5) 문항의 질문 내용 중 답을 암시하는 내용이 포함되어 있지 않아야 한다.

질문의 내용에 답을 암시하는 내용이 포함되어 있다면 이는 수험자의 능력을 구분할 수 없으며 질문의 기능을 상실한다.

---

2) 평가활동에서 사용하는 용어인 '답지', '선지', '선택지'는 서로 다른 의미를 지니고 있지만, 교과목 또는 평가의 성격에 따라 그 의미가 유사하게 쓰이기도 한다.
이 글에서 '선지', '답지', '선택지'는 다음과 같은 뜻으로 사용하고 있다.
· 선지 : 선다형 문항에서 정답으로 선택할 수 있는 항목
· 답지 : 선다형 문항에서 선지에 이어서 진술되어 있는 내용

예시) 선지
① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9
답지

· 선택지 : 합답형 문항처럼 2개 이상의 항목들을 조합해서 정답을 찾는 문항에서 조합할 수 있는 대상이 되는 항목

6) 답지 안에 옳은 답지를 선택하거나 틀린 답지를 제거시킬 수 있는 단서를 제공하지 말아야 한다.

답지들 중 특이한 형태로 서술된 답지는 정답이나 혹은 틀린 답이 될 것이라 암시할 수 있다.

7) 답지만을 분석하여 정답을 찾을 수 있도록 답지를 작성하지 않아야 한다.

여러 답지에 공통적으로 열거된 보기나 항목을 포함하는 답지를 정답으로 선택할 가능성이 높으므로 답지 구성에 주의해야 한다.

8) 답지 중 '모든 것이 정답' 혹은 '정답 없음'이란 답지를 사용하지 말아야 한다.

'모든 것이 정답' 혹은 '정답 없음' 답지는 선다형 문항에서 선지 수를 늘리기 위해 간혹 사용된다. 그러나 이러한 답지는 바람직하지 않다. 만약 수험자가 답지 중 하나라도 답이 아닌 답지를 발견하면 '모든 것이 정답' 답지는 답지로서의 기능을 상실하게 되며, 수험자가 답지 중 하나라도 정답이 있음을 알 때 '정답 없음' 답지는 답지의 기능을 상실한다. 실제 대학수학능력시험의 '모든 것이 정답' 혹은 '정답 없음' 답지를 포함한 선다형 문항 특성을 분석한 결과, 난이도, 변별도, 추측도 측면에서 바람직하지 않은 것으로 입증되었다.[3)]

9) 질문에 그림이나 도표 등을 포함할 경우 그림, 도표, 질문 그리고 답지가 모두 동일 쪽에 인쇄되도록 한다.

10) 정답의 번호가 일정 형태를 유지하지 않는 불규칙한 순서에 의하도록 한다.

11) 정답의 번호가 일정 번호에 치우치는 것을 삼가야 한다.

3) 성태제, 윤혜경(1998). 대학수학능력시험의 '모든 것이 정답' 혹은 '정답 없음' 답지를 포함한 선다형 문항특성 분석. 한국교육학회 교육학연구 제36권 제1호, 131-147

나. 서답형 문항 제작 원칙

1) 직접화법에 의한 질문으로 한다.

질문을 간접화법으로 제시하면 질문의 초점이 흐려져 의도가 모호해질 수 있으므로 가능한 직접화법으로 질문한다.

2) 계산 문제의 경우 정답이 되기 위하여 계산의 정확성 정도나 계산 절차의 수준을 명시하여야 한다.

계산하여 간단한 답을 쓰는 계산 문제의 경우 ‘소수점 첫째 자리에서 반올림하라’ 등 상세한 지시를 하는 것이 좋다.

3) 정답이 가능한 단어나 기호로 응답되도록 질문한다.

4) 질문의 여백 뒤의 조사가 정답을 암시하지 않게 하여야 한다.

5) 문항을 배열할 때, 쉬운 문항에서 어려운 문항으로 배열한다.

6) 여러 논술형 문항 중 선택하여 응답하는 것을 지양한다.

여러 논술형 문항을 제시하고 그 중 선택하여 응답하도록 하는 것은 서로 다른 수험자가 서로 다른 조건에서 검사를 치르게 되므로 평가의 기준이 달리 설정된다. 또한 서로 다른 문항은 난이도 수준도 동일하지 않으므로 피하는 것이 좋다.

7) 채점 기준을 마련하여야 한다.

서·논술형 문항은 채점 과정에서 주관성이 개입될 가능성이 있으므로 주의해야 할 필요가 있다. 채점자내·채점자간 신뢰도를 높이기 위해서는 체계적인 채점 과정이 필요하다. 채점의 신뢰성을 확보하기 위해서는 채점을 하기 전에 교재, 노트, 참고서 등을 종합하여 모범 답안을 작성하고 그에 따른 부분 점수 부여 기준을 설정해야 한다.

특히, 배점이 큰 서·논술형 문항이 있는 경우에는 적절한 배점의 문항인지에 대한충분한 검토가 필요하고 부분 점수에 대한 세밀한 부여 기준을 마련해야 한다.

다. 문항의 문두 및 답지 제작 원칙

1) 문두 제작 원칙

문두는 문제에서 답지, 지문, 보기 등을 제외한 부분을 말한다. 문두 제작에서 유의할 점은 다음과 같다.

- 올바른 어법과 맞춤법(구두점 포함)을 사용한다.
- 문두를 간결하고 명료하게 기술하여 문항을 이해하는 데 소요되는 시간을 최소화 한다.
- 불필요한 혼란을 야기하는 진술은 피한다.
- 다른 문항의 정답을 찾는 데 단서를 제공하지 말아야 한다.

2) 답지 제작 원칙

답지 제작에서 유의할 점은 다음과 같다.

- 학생들에게 실수를 정정하고 학습 목표를 달성할 수 있는 기회를 제공하기 위해서 매력적인 오답은 가급적 제외한다.
- 너무 이질적이지 않도록 유사한 차원에서 답지를 구성하되, 관례적 순서나 논리적 순서에 따라 배열한다.

[좋은 예] : 답지에 제시된 수들이 일정한 규칙을 가지고 제시되고 있다.

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[안좋은 예] : 답지에 제시된 수들이 5씩 커지고 있지만, ③과 ④에서 제시된 수들만 이러한 규칙과 무관하게 제시되고 있다.

① 2 ② 7 ③ 12 ④ 32 ⑤ 37

3 문항 검토의 원칙

가. 검토 시 유의사항

가장 중요한 점은 다른 사람이 제기하는 의견을 경청하고 이를 수용하려는 개방적인 마음을 지니는 것이다. 또한 의견을 전달할 때에는 객관적 근거를 바탕으로 가치중립적 표현을 사용해야 한다. 문항 검토 시 유의할 점은 다음과 같다.

- 학생의 입장에서 검토한다.
- 조금이라도 이상하면 이의를 제기하여 확인한다.
- 해당 과목을 맡은 모든 교사의 공동 작품임을 명심한다.
- 제기된 문제점에 대하여 방어적 태도를 지양한다.

1) 문항 검토 시 필수 확인 요소

- 교육과정과의 부합
- 학습자 간 학습 내용의 일치
- 정답 시비 가능성
- 정답에 대한 단서 포함 여부
- 선행학습 위반
- 이미 출제된 문항 여부
- 난이도 및 소요 시간
- 편집 체제의 일관성

2) 문항 검토 시 생각할 필요가 없는 것들

- 너무 힘들게 제작한 것이라 버리기 아깝다.
- 내가 저 문항에 대한 문제점을 말하면 상대방이 기분 나쁘겠지...
- 마음에 안 들지만 저 정도면 그럭저럭 됐다.
- 내가 출제한 문항에 대하여 누가 불만을 말하지?
- 이 사람들이 단체로 나를 ~~~하게 생각하는 거 아닐까...

3) 문항을 다듬을 때 고려해야 할 점

- 문항 제작에 관한 원칙에 어긋난 점은 없는가?
- 언어의 해석을 달리하는 경우에 정답 시비가 생기지는 않은가?
- 생각이 깊거나 아는 것이 많은 학생에게 착각을 일으킬 요소는 없는가?
- 교육과정에 충실하게 가르치는 교사에게 배운 학생이 정답을 고르는 데에 곤란한 점이 없는가?
- 교육적으로 좋지 않은 요소를 가진 문항은 아닌가?
- 학문적, 논리적으로 맞지 않는 요소를 가지고 있지는 않은가?

4) 윤문

윤문은 글을 다듬는 행위라고 포괄적으로 정의할 수 있고, 글의 종류 및 성격에 따라 그 목적이 달라지게 된다. 시험 문항을 다듬을 때는 정확한 의사 전달이 이루어지도록 표현하는데 목적이 있으므로 출제자가 의도하는 것을 수험자가 이해할 수 있도록 하고, 문항을 푸는 데 문장 자체가 장애 요소가 되지 않도록 해야 한다.

따라서 질문하는 형식을 갖추고 있는 시험 문항을 윤문할 때, 비논리적인 표현(문장과 구, 절)과 정서법(한글맞춤법, 외래어·로마자 표기법)에 어긋나는 표기를 바로잡아야 한다. 또한 여러 사람의 의견을 듣고 종합하여 최대한 객관적이고 일관된 시각을 유지하면서 시험 문항 전체의 균형을 맞추는 방향으로 윤문을 할 필요가 있다.

나. 편집 단계에서 확인해야 할 사항

1) 문항지 검토 및 편집

- 선택형 문항의 발문은 불완전형의 의문문으로 끝을 맺는 형태로 진술한다.[4)]
- 서술형 문항의 발문은 완전한 형태의 문장으로 끝나도록 하되, '~에 대해 설명하시오.', '~의 값을 서술하시오.' 등의 두루높임형(하시오체)의 어미를 사용한다.
- 발문의 평가 요소는 가급적 발문의 끝부분에 위치하여 수험자가 명확하게 인지하도록 한다.
- 문제를 풀이하는 과정에서 알아야 하는 정보나 지식, 전제 등을 제시해야 할 필요성이 있는 경우에는 발문을 간접 발문과 직접 발문으로 구분하여 서술한다.
- 문제 풀이에 필요한 사전 정보를 제시하는 간접 발문은 직접 발문의 앞에 배치하고, 평가 요소에 해당하는 물음인 직접 발문은 뒤에 배치한다.
- 답지에서 계속 반복되는 말은 발문에 넣도록 한다.
- <보기> 안에 정답 항목을 두 개 이상 제시하고 항목별로 해당 정답을 각각 찾게 할 때는, '~을/를 바르게 짝지은 것은?'의 발문을 사용한다.
- [합답형 문두 작성][5)] 답지에 제시된 항목의 개수가 같은 경우

예) --- **옳은 것만을** <보기>에서 고른 것은? ① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄷ　④ ㄴ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

- [합답형 문두 작성] 답지에 제시된 항목의 개수가 다른 경우

예) --- <보기>에서 **옳은 것만을 있는 대로** 고른 것은? (또는) --- 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? ① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 제시문이나 지문 자료를 제시한 후 제시문과 지문에 관련된 발문의 시작은 '윗글~'로 통일한다.
- 발문에서 그림, 표, 그래프, <보기> 등을 지칭할 때 '다음' 등의 용어로 지칭하지 않도록 한다.
- '다음'의 용어는 발문 다음에 박스로 제시하는 자료나 글(제시문)이 이어질 때만 사용한다.
- 발문은 가능한 긍정문으로 표현하되 부정 문장의 형식을 사용할 때는 순화된 부정 표현을 사용하고, 부정을 나타내는 단어나 어구에 밑줄을 그어 부정 문장임을 강조해야 한다.
- 발문의 표현은 단순, 간략, 명백해야 한다. 그러기 위해서는 정확하고 구체적인 낱말을 선택하여 사용하여야 하고, 간결하고 명확한 문장으로 표현해야 한다.
- 발문에 정답을 찾아내는 데 이용될 수 있는 단서가 있어서는 안 된다. 발문 자체의 내용에서 정답을 유추해낼 수 있어서는 안 된다.

2) <보기> 검토 및 편집

- <보기>의 여러 항목을 조합하여 답지를 구성하는 문항은 기호 순서(ㄱ, ㄴ, ㄷ, …)대로 답지를 만들고, <보기> 속의 내용을 단순히 열거하는 경우에는 불릿기호 '○'으로 표기한다.
- 지문 속에 있는 여러 문단을 구분하여 나타낼 경우에는 (가), (나), (다), …로 표기하고, 지문 속에 있는 문장이나 문구를 지시할 경우에는 ㉠, ㉡, ㉢, …으로 표기하고 해당 부분에 밑줄을 친다.

3) 그림, 그래프, 표의 편집

- 표 안의 어느 항목을 가리키는 기호는 (가), (나), (다)… 등으로 표기하되, 제시문의 기호에 이미 (가), (나), (다) 가 사용되었으면 ㉮, ㉯, ㉰, ㉱, ㉲ 등을 사용할 수 있다.
- 그림, 그래프, 표 등은 평가 요소의 성격과 내용, 길이, 가독성 등을 고려하여 각 면에 적절하게 배치한다.
- 그림은 물체의 단면이나 모습을 나타낸 것, 언어 이외의 요소로 표현된 것을 지칭한다.
- 그래프는 x축과 y축이 나타난 것을 지칭한다.
- 표는 각 셀로 구분되어 항목이 나타난 것을 지칭한다.
- 그림, 그래프, 표는 특별한 경우가 아니라면 <보기> 앞에 배치한다.
- 그림, 그래프, 표를 주고 묻는 문제는 발문에 그림, 그래프, 표에 대한 사전 정보를 제시하여야 한다.
  예) 그림(표)은/는 ~의 과정을 나타낸 것이다.

4) 세트 문항 지시문 작성 원리

- 두 문항 이상으로 구성된 세트 문항은 번호를 [ ]로 묶고, 문제 상황은 전체 자료를 '글상자' 안에 넣으며, 공통 지시문은 완전한 문장 형식('하시오'체)으로 함.
  예) **[3~4] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.**
- 세트 문항의 지시문은 다른 발문과 구분하기 위하여 굵은 글꼴로 표기할 수 있다.

4) 불완전한 의문형으로 제시되는 선다형 문항 발문의 사례 참고(110p)
5) 합답형 문두의 바르지 못한 기술로 인한 오류사례 참고(111p)

Ⅱ

문항 제작의 실제

II 문항 제작의 실제

1 수학과 교육과정에 대한 이해

가. 공통 교육과정(중학교)

1) 수와 연산

가) 성취기준

1 소인수분해

[9수학01-01] 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.

[9수학01-02] 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있다.

2 정수와 유리수

[9수학01-03] 양수와 음수, 정수와 유리수의 개념을 이해한다.

[9수학01-04] 정수와 유리수의 대소 관계를 판단할 수 있다.

[9수학01-05] 정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

3 유리수와 순환소수

[9수학01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

4 제곱근과 실수

[9수학01-07] 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

[9수학01-08] 무리수의 개념을 이해한다.

[9수학01-09] 실수의 대소 관계를 판단할 수 있다.

[9수학01-10] 근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있다.

나) 평가 방법 및 유의 사항

- 최대공약수와 최소공배수를 활용하는 복잡한 문제는 다루지 않는다.
- 정수와 유리수와 관련하여 지나치게 복잡한 계산을 포함하는 문제는 다루지 않는다.
- 사칙계산 이외의 이항연산 문제는 다루지 않는다.

2) 문자와 식

가) 성취기준

❶ 문자의 사용과 식의 계산

[9수학02-01] 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.

[9수학02-02] 식의 값을 구할 수 있다.

[9수학02-03] 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

❷ 일차방정식

[9수학02-04] 방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 이해한다.

[9수학02-05] 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

❸ 식의 계산

[9수학02-06] 지수법칙을 이해한다.

[9수학02-07] 다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

[9수학02-08] '(단항식)×(다항식)'. '(다항식)÷(단항식)'과 같은 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

❹ 일차부등식과 연립일차방정식

[9수학02-09] 부등식과 그 해의 의미를 알고, 부등식의 성질을 이해한다.

[9수학02-10] 일차부등식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

[9수학02-11] 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

❺ 다항식의 곱셈과 인수분해

[9수학02-12] 다항식의 곱셈과 인수분해를 할 수 있다.

❻ 이차방정식

[9수학02-13] 이차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

나) 평가 방법 및 유의 사항

- 방정식과 부등식에 대한 지나치게 복잡한 활용 문제는 다루지 않는다.
- 이차방정식의 근과 계수와의 관계는 다루지 않는다.

3) 함수

가) 성취기준

❶ 좌표평면과 그래프

[9수학03-01] 순서쌍과 좌표를 이해한다.

[9수학03-02] 다양한 상황을 그래프로 나타내고, 주어진 그래프를 해석할 수 있다.

[9수학03-03] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.

❷ 일차함수와 그래프

[9수학03-04] 함수의 개념을 이해한다.

[9수학03-05] 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.

[9수학03-06] 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

❸ 일차함수와 일차방정식의 관계

[9수학03-07] 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.

[9수학03-08] 두 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 관계를 이해한다.

❹ 이차함수와 그래프

[9수학03-09] 이차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.

[9수학03-10] 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

나) 평가 방법 및 유의 사항

- 함수와 관련하여 지나치게 복잡한 활용 문제는 다루지 않는다.

4) 기하

가) 성취기준

❶ 기본도형

[9수학04-01] 점, 선, 면, 각을 이해하고, 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.

[9수학04-02] 평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해한다.

❷ 작도와 합동

[9수학04-03] 삼각형을 작도할 수 있다.

[9수학04-04] 삼각형의 합동 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.

3 평면도형의 성질

[9수학04-05] 다각형의 성질을 이해한다.

[9수학04-06] 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 구할 수 있다.

4 입체도형의 성질

[9수학04-07] 다면체의 성질을 이해한다.

[9수학04-08] 회전체의 성질을 이해한다.

[9수학04-09] 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

5 삼각형과 사각형의 성질

[9수학04-10] 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

[9수학04-11] 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

[9수학04-12] 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

6 도형의 닮음

[9수학04-13] 도형의 닮음의 의미와 닮은 도형의 성질을 이해한다.

[9수학04-14] 삼각형의 닮음 조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있다.

[9수학04-15] 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.

7 피타고라스 정리

[9수학04-16] 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다.

8 삼각비

[9수학04-17] 삼각비의 뜻을 알고, 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있다.

[9수학04-18] 삼각비를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

9 원의 성질

[9수학04-19] 원의 현에 대한 성질과 접선에 관한 성질을 이해한다.

[9수학04-20] 원주각의 성질을 이해한다.

나) 평가 방법 및 유의 사항

- 복잡하게 변형된 평면도형의 넓이와 둘레의 길이, 입체도형의 겉넓이와 부피를 구하는 문제는 다루지 않는다.
- 정확한 용어와 기호의 사용, 복잡한 형식 논리 규칙의 이용을 요구하는 연역적 정당화 문제는 다루지 않는다.

5) 확률과 통계

가) 성취기준

❶ 자료의 정리와 해석

[9수학05-01] 자료를 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형으로 나타내고 해석할 수 있다.

[9수학05-02] 상대도수를 구하며, 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.

[9수학05-03] 공학적 도구를 이용하여 실생활과 관련된 자료를 수집하고 표나 그래프로 정리하고 해석할 수 있다.

❷ 확률과 그 기본 성질

[9수학05-04] 경우의 수를 구할 수 있다.

[9수학05-05] 확률의 개념과 그 기본 성질을 이해하고, 확률을 구할 수 있다.

❸ 대푯값과 산포도

[9수학05-06] 중앙값, 최빈값, 평균의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.

[9수학05-07] 분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.

❹ 상관관계

[9수학05-08] 자료를 산점도로 나타내고, 이를 이용하여 상관관계를 말할 수 있다.

나) 평가 방법 및 유의 사항

- 경우의 수는 두 경우의 수를 합하거나 곱하는 경우 정도로만 다루고, 순열과 조합을 이용하면 쉽게 해결되는 등의 복잡한 경우의 수를 구하는 문제는 다루지 않는다.
- 자료의 수집, 정리, 해석을 평가할 때에는 과정 중심 평가를 할 수 있다.

나. 선택중심 교육과정(고등학교)

1) 수학

가) 문자와 식

(1) 성취기준

❶ 다항식의 연산

[10수학01-01] 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.

❷ 나머지정리

[10수학01-02] 항등식의 성질을 이해한다.

[10수학01-03] 나머지정리의 의미를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

❸ 인수분해

[10수학01-04] 다항식의 인수분해를 할 수 있다.

❹ 복소수와 이차방정식

[10수학01-05] 복소수의 뜻과 성질을 이해하고 사칙연산을 할 수 있다.

[10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다.

[10수학01-07] 이차방정식에서 판별식의 의미를 이해하고 이를 설명할 수 있다.

[10수학01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다.

❺ 이차방정식과 이차함수

[10수학01-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다.

[10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다.

[10수학01-11] 이차함수의 최대, 최소를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

❻ 여러 가지 방정식과 부등식

[10수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다.

[10수학01-13] 미지수가 2개인 연립이차방정식을 풀 수 있다.

[10수학01-14] 미지수가 1개인 연립일차부등식을 풀 수 있다.

[10수학01-15] 절댓값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다.

[10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 복잡한 인수분해 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

다음 식을 인수분해 하여라.

$-a^3b^2+a^3c^2+a^2b^3-a^2c^3-b^3c^2+b^2c^3$

이 문항은 세 개의 문자를 포함한 식을 한 문자에 대해 내림차순으로 정리한 후 공통인수를 찾아 인수분해 하여 풀이를 해야 한다. 복잡한 식을 공식을 이용하여 인수분해 할 수 있는지를 평가하고자 하는 문항이다. 이 문제와 같이 세 개 이상의 문자를 포함하고 있는 식을 내림차순으로 정리하여 인수분해 하는 경우는 식이 복잡하므로 지양한다.

- 항등식의 성질, 나머지정리와 인수정리를 활용하는 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

x에 대한 다항식 $x^{n+2}+px^{n+1}+qx^n$을 $(x-3)^2$으로 나눈 나머지가 $3^n(x-3)$일 때, 상수 p, q를 구하여라.

이 문항은 항등식의 성질을 이해하고 있는지를 평가하려는 의도로 출제되었으나 변수가 많고 복잡한 인수분해를 다루고 있어 오히려 복잡한 인수분해를 할 수 있는지를 평가하는 것을 더 강조하게 되었다.

- 판별식을 활용하는 복잡한 방정식과 부등식 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

다음 이차식이 x에 관한 완전제곱식이 되기 위한 조건을 구하여라. (단, a, b, c는 실수이다.)

$3x^2+2(a+b+c)x+ab+bc+ca$

이 문항은 (판별식)=0의 좌변을 인수분해 하는 과정이 교육과정에서 복잡하고 어려우며 판별식에 대한 본질적인 이해에서 벗어나 있다.

- 이차방정식의 근과 계수의 관계를 활용하는 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

x에 대한 이차방정식 $x^2-2(m-4)x+m=0$의 두 근이 모두 2보다 작을 때 m의 값의 범위를 구하여라.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 대한 본질적인 이해를 넘어서서 주어진 식의 그래프에 대한 이해와 복잡한 부등식의 계산까지 포함한 문항이다.

나) 기하

(1) 성취기준

1 평면좌표

[10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

[10수학02-02] 선분의 내분과 외분을 이해하고, 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다.

2 직선의 방정식

[10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다.

[10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다.

[10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.

3 원의 방정식

[10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다.

[10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.

4 도형의 이동

[10수학02-08] 평행이동의 의미를 이해한다.

[10수학02-09] 원점, x축, y축, 직선 $y=x$에 대한 대칭이동의 의미를 이해한다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 도형의 방정식은 도형을 좌표평면에서 다룰 수 있음을 이해하는 수준에서 다루고, 계산이 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

세 점 $(2,\ -1)$, $(3,\ 0)$, $(5,\ -2)$를 지나는 원의 방정식을 구하시오.

위 문항에서 미지수가 3개인 연립방정식의 풀이는 성취기준에 포함되지 않으며, 학생들에게 복잡한 계산을 유도하는 것으로 볼 수 있다.

다) 수와 연산

(1) 성취기준

1 집합

[10수학03-01] 집합의 개념을 이해하고, 집합을 표현할 수 있다.
[10수학03-02] 두 집합 사이의 포함 관계를 이해한다.
[10수학03-03] 집합의 연산을 할 수 있다.

2 명제

[10수학03-04] 명제와 조건의 뜻을 알고, '모든', '어떤'을 포함한 명제를 이해한다.
[10수학03-05] 명제의 역과 대우를 이해한다.
[10수학03-06] 충분조건과 필요조건을 이해하고 구별할 수 있다.
[10수학03-07] 대우를 이용한 증명법과 귀류법을 이해한다.
[10수학03-08] 절대부등식의 의미를 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 집합의 개념이나 집합의 포함관계는 개념을 이해하는 수준에서 간단히 평가한다.

예시 문항

집합 $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 $X \subset S$, $n(X) \geq 2$를 만족하는 집합 X의 최대인 원소와 최소인 원소의 합을 $s(X)$라 하자.
예를 들면, $X=\{1, 2, 3\}$일 때, $s(X)=1+3=4$이다. 이때, $s(X)=7$을 만족하는 집합 X의 개수는? (단, $n(X)$는 집합 X의 원소의 개수이다.)

① 16 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 24

이 문항은 두 집합 사이의 포함관계를 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다. 그러나 포함관계 및 부분집합의 개념뿐만 아니라 X의 최대인 원소와 최소인 원소의 합을 $s(X)$라 하는 함수의 개념과, 최소인 원소와 최대인 원소로 경우를 나누고 각각의 경우의 수를 구한 후 합의 법칙을 활용하여 집합의 개수를 구하는 문제로서, 복합적인 개념을 묻고 있으므로 지양한다.

라) 함수

(1) 성취기준

1 함수

[10수학04-01] 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다.
[10수학04-02] 함수의 합성을 이해하고, 합성함수를 구할 수 있다.
[10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다

❷ 유리함수와 무리함수

[10수학04-04] 유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.

[10수학04-05] 무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해를 평가할 때, 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

두 함수 $y=2x-[x]$와 $y=\dfrac{2}{3}|x|+1$의 그래프의 교점의 개수를 구하여라. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

이 문항은 함수의 그래프에 대한 본질적인 이해보다는 대수적인 계산에만 치중되어 있어 그래프의 성질을 물어보는 문항으로는 적합하지 않은 문항이다.

- 유리함수와 무리함수는 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ 및 $y=\sqrt{(ax+b)}+c$의 기본적인 형태를 중심으로 간단한 문제만 다룬다.

예시 문항

함수 $y=\sqrt{x^2-2x-3}$이 최솟값을 가질 때의 두 점을 각각 A, B라 하고, 함수 $y=-\sqrt{-x^2+2x+8}$이 최솟값을 가질 때의 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

이 문항은 무리함수가 기본적인 형태를 띠고 있지 않으며 기본적인 무리함수 개념 이해에서 벗어난 것으로 볼 수 있다.

마) 확률과 통계

(1) 성취기준

1 경우의 수

[10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.

2 순열과 조합

[10수학05-02] 순열의 의미를 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.

[10수학05-03] 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 경우의 수, 순열과 조합과 관련하여 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

서로 다른 두 개의 주사위 A, B를 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 서로 다른 두 근 모두 2보다 작거나 같도록 하는 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구하여라.

이 문항은 합의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구하는 것이 핵심이지만 이차함수의 성질을 이해하고 부등식을 다루는 등 복잡한 문제이므로 지양한다.

2) 수학 I

가) 지수함수와 로그함수

(1) 성취기준

❶ 지수와 로그

[12수학Ⅰ01-01] 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
[12수학Ⅰ01-02] 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다.
[12수학Ⅰ01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.
[12수학Ⅰ01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
[12수학Ⅰ01-05] 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

❷ 지수함수와 로그함수

[12수학Ⅰ01-06] 지수함수와 로그함수의 뜻을 안다.
[12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
[12수학Ⅰ01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 지수와 로그의 성질에 대한 평가에서는 지수와 로그의 기본 성질을 이해하고 활용할 수 있는 능력을 평가하는 데 중점을 두고, 지나치게 복잡한 계산을 포함하는 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

$P=\left(a^{\frac{z}{x-y}}\right)^{\frac{x}{z-x}}\times\left(a^{\frac{y}{y-z}}\right)^{\frac{y}{x-y}}\times\left(a^{\frac{z}{z-x}}\right)^{\frac{z}{y-z}}$ 을 간단히 하시오. (단, $a>0$이다.)

이 문항은 지수의 형태가 매우 복잡한 식으로 되어 있어 계산이 복잡하며, 지수를 간단히 하는 과정에서 결국 유리식을 간단히 하는 문제가 되어 지수의 성질을 평가하는 데 적합하지 않다.

나) 삼각함수

(1) 성취기준

❶ 삼각함수

[12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다.
[12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.
[12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 삼각함수와 그 그래프의 성질에 대한 평가에서는 기본적인 삼각함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해 능력을 평가하는 데 중점을 두고, 복잡한 합성함수나 절댓값이 여러 개 포함된 함수와 같이 지나치게 복잡한 삼각함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

$0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $[\cos x + 1] = |2\sin x|$의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

이 문항은 절댓값이 포함된 삼각함수와 가우스 기호가 포함된 삼각함수를 포함한 방정식의 해를 구하는 문제이다. 가우스 기호를 풀기 위해 x의 범위를 고려해야 하고, 그에 따라 절댓값이 포함된 삼각함수의 방정식을 풀고, 해가 범위에 맞는지 확인해야 하는 복잡한 수준의 문제이다. 이와 같이 절댓값과 가우스 기호가 포함된 복잡한 삼각함수를 포함하는 문제는 지양한다.

다) 수열

(1) 성취기준

❶ 등차수열과 등비수열

[12수학Ⅰ03-01] 수열의 뜻을 안다.

[12수학Ⅰ03-02] 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.

[12수학Ⅰ03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.

❷ 수열의 합

[12수학Ⅰ03-04] Σ의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

[12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.

❸ 수학적 귀납법

[12수학Ⅰ03-06] 수열의 귀납적 정의를 이해한다.

[12수학Ⅰ03-07] 수학적 귀납법의 원리를 이해한다.

[12수학Ⅰ03-08] 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 등비수열과 그 합을 이용하여 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가할 때 연금의 일시 지급이나 대출금 상환 등과 같이 지나치게 복잡한 상황을 포함하는 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

철수는 150만 원짜리 물건을 살 때 30만 원을 먼저 내고 나머지는 월이율 0.3%의 복리로 갚기로 하였다. 철수는 한 달 후부터 일정한 금액씩 내어 1년 만에 모두 갚으려 한다. 철수는 매월 얼마의 금액씩 갚으면 되는가? (단, $1.003^{12}=1.037$로 계산한다.)

이 문항은 물건값을 매월 일정 금액씩 나누어 상환하는 상황에서 매월 갚아야 하는 금액을 구하는 문제이다. 이는 대출금 상환과 마찬가지로 지나치게 복잡한 상황이라 볼 수 있다. 이와 같이 대출금 상환이나 연금의 일시 지급과 같이 복잡한 수열 문제는 지양한다.

3) 수학Ⅱ

가) 함수의 극한과 연속

(1) 성취기준

1 함수의 극한

[12수학Ⅱ01-01] 함수의 극한의 뜻을 안다.

[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

2 함수의 연속

[12수학Ⅱ01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다.

[12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 함수의 극한과 연속에 대한 평가에서는 함수의 극한과 연속의 뜻과 성질에 대한 이해 여부를 평가하는 데 중점을 두고, 복잡한 합성함수나 절댓값이 여러 개 포함된 함수와 같이 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\left|\,|x|-1\,\right|}{|x|-1} & (|x| \neq 1) \\ 1 & (|x|=1) \end{cases}$와 $g(x)=kx$ (k는 실수)에 대하여 <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x)$는 두 점에서 불연속이다.

ㄴ. $\lim\limits_{x \to -1-} (g \circ f)(x) = \lim\limits_{x \to 1+} (g \circ f)(x)$

ㄷ. $y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프가 두 점에서 만나게 되는 실수 k가 존재한다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이 문항은 주어진 함수의 연속성에 대한 이해와 합성함수의 극한값 계산 및 두 함수의 그래프의 교점의 개수 판단 능력을 평가하는 문항이다. 주어진 함수의 식이 절댓값이 여러

개 포함된 유리식을 포함할 뿐 아니라 x의 범위에 따라 여러 개로 분리된 식으로 주어져서, x의 범위를 고려하여 그 그래프를 그려야 하고, 이 함수를 포함하는 합성함수의 극한까지 고려해야 하는 복잡한 수준의 문제이다. 이로 인해 함수의 연속과 합성함수의 개념을 이해하고 기본적인 함수의 그래프 개형을 그릴 수 있는 학생이라 하더라도 x의 범위에 따른 함숫값과 그 극한값 계산 과정의 복잡성과 어려움으로 인해 문제의 정답을 맞추지 못할 가능성이 크다. 이와 같이 성취기준에의 도달 여부를 판단하기에 지나치게 복잡한 함수나 계산을 포함하는 문제는 지양한다.

나) 미분

(1) 성취기준

❶ 미분계수

[12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
[12수학Ⅱ02-02] 미분계수의 기하적 의미를 이해한다.
[12수학Ⅱ02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.

❷ 도함수

[12수학Ⅱ02-04] 함수 $y=x^n$(n은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다.
[12수학Ⅱ02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.

❸ 도함수의 활용

[12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
[12수학Ⅱ02-07] 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다.
[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
[12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
[12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
[12수학Ⅱ02-11] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 미분가능성과 연속성의 관계에 대한 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

이차함수 $f(x) = x(x-1)$에 대하여 보기의 함수 중 모든 실수에서 미분가능한 함수를 있는 대로 고르시오.

<보기>

ㄱ. $g(x) = f(4-x)$

ㄴ. $h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \ge 0) \\ -f(-x) & (x < 0) \end{cases}$

ㄷ. $k(x) = \begin{cases} f(x) & \left(x \ge \frac{1}{2}\right) \\ -\frac{1}{2} - f(x) & \left(x < \frac{1}{2}\right) \end{cases}$

이 문항은 주어진 여러 개의 함수 중에서 미분가능한 함수를 찾는 문제이다. 주어진 함수들이 합성함수인 경우, 합성함수의 실수배로 주어진 함수인 경우, 두 함수의 합으로 주어진 함수인 경우들로서 복잡하고, 이들 복잡한 함수들이 다시 x 값의 범위에 따라 2개의 식으로 분리되어 주어진 함수들의 미분가능성을 판단해야 한다. 이로 인해 두 연속함수의 합성함수와 두 연속함수의 합으로 주어진 함수는 연속함수임을 이해하고 함수의 미분가능성과 연속성의 관계를 이해하고 있는 학생이라 하더라도 주어진 함수의 식의 복잡성으로 인해 이 문제를 해결하지 못할 가능성이 크다. 이와 같이 성취기준에의 도달 여부를 판단하기에 지나치게 복잡한 함수의 식을 포함하는 문제는 지양한다.

- 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때, 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

닫힌구간 $[0,\ 2]$에서 정의된 이차함수 $f(x) = x^2 - tx$의 최솟값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$의 최댓값을 구하시오.

이 문항은 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가하는 문제이다. 주어진 함수의 최솟값과 그 때의 x의 값이 t에 대한 식으로 주어지고, 이 식 또한 t의 범위에 따라 여러 가지 형태로 주어지며, 이렇게 복잡한 식으로 나타나는 함수의 최댓값을 다시 구해야 한다. 이로 인해 닫힌구간에서 함수의 최댓값이나 최솟값을 구하는 원리와 방법을 이해하고 있는 학생이라 하더라도, 주어진 문제 상황의 복잡성으로 인해 문제를 틀릴 가능성이 크다. 이와 같이 성취기준에의 도달 여부를 판단하기에 지나치게 복잡한 문제 상황을 포함하는 문제는 지양한다.

- 속도와 가속도에 대한 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

길이가 $6\mathrm{m}$인 가로등 바로 밑에서 키 $2\mathrm{m}$인 어떤 남자가 동쪽 방향으로 곧바로 걸어가고 있다. t초 동안 이 남자가 움직인 거리는 $\frac{1}{50}(-t^3+30t^2)\mathrm{m}$이다. 이때 키 $1.5\mathrm{m}$인 경진이는 이 남자와 동시에 같은 방향으로 걸어가면서 두 사람의 그림자의 끝이 항상 일치할 때 경진이의 최고 속도를 구하시오. (단, $0<t<20$)

이 문항은 도함수를 활용하여 시간의 변화에 따라 위치가 변하는 물체(사람)의 속도의 최댓값을 구하는 문제이다. 두 물체(사람)이 움직이는 상황을 기하적으로 나타낸 뒤 시간의 변화에 따른 한 물체(사람)의 위치와 도형의 성질을 이용하여 다른 물체(사람)의 위치를 시간 t에 대한 식으로 나타내고, 이로부터 t에서의 속도를 구해야 하며, 다시 이로부터 속도의 최댓값을 구해야 한다. 도함수를 활용하여 위치로부터 속도를 구하는 원리와 방법을 이해하고 주어진 함수의 최댓값이나 최솟값을 구하는 원리와 방법을 이해하고 있는 학생이라 하더라도 문제 상황과 문제 풀이 절차의 복잡성으로 인해 문제를 틀리거나 지나치게 많은 시간을 소요하여 다른 문제 풀이에 영향을 받을 가능성이 있다. 이와 같이 성취기준에의 도달 여부를 판단하기에 지나치게 복잡한 상황이나 절차를 포함하는 문제는 지양한다.

다) 적분

(1) 성취기준

❶ 부정적분

[12수학Ⅱ03-01] 부정적분의 뜻을 안다.

[12수학Ⅱ03-02] 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.

❷ 정적분

[12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다.

[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

❸ 정적분의 활용

[12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

[12수학Ⅱ03-06] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=\frac{x^2}{\sqrt{n}}$, $y=\frac{x^2}{\sqrt{n+1}}$과 직선 $x=n$, $x=n+1$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{n}S_n$의 값을 구하시오.

이 문항은 정적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 계산하는 능력을 평가하는 문제이다. 주어진 곡선의 식이 $\frac{1}{\sqrt{n}}$, $\frac{1}{\sqrt{n+1}}$을 포함하고 있고 두 곡선과 직선 $x=n$, $x=n+1$로 둘러싸인 영역의 넓이 역시 n에 대한 무리식을 포함한 복잡한 식으로 주어진다. 이로 인해 정적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 계산하는 원리와 방법을 이해하고 있는 학생이라 하더라도 무리식이 포함된 복잡한 식의 계산 과정에서 오류를 범할 가능성이 있다. 이와 같이 성취기준에의 도달 여부에 대한 판단 이외에 학생들의 오답을 유발할 가능성이 있는 복잡한 함수의 식이나 절차를 포함하는 문제는 지양한다.

예시 문항

반지름이 3cm 인 파이프로 물을 유출 시키고 있다. 물이 유출되기 시작하여 t초 후의 물의 유출속도가 $v(t)=3t^2+2t$ 일 때, 처음부터 3초 동안에 유출되는 물의 양을 구하여라.

이 문항은 정적분을 활용하여 속도로부터 거리를 계산하는 원리와 방법을 이용하여 주어진 문제를 해결하는 능력을 평가하는 문항이다. <수학Ⅱ>에서 속도와 거리에 대한 문제는 직선 운동에 한하여 다루고, 이 문항과 같이 직선 운동이 아닌 문제 상황에서 그와 유사한 상황의 문제를 해결하는 문제는 다루지 않는다.

4) 미적분

가) 수열의 극한

(1) 성취기준

1 수열의 극한

[12미적01-01] 수열의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다.

[12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.

[12미적01-03] 등비수열의 극한값을 구할 수 있다.

2 급수

[12미적01-04] 급수의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다.

[12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다.

[12미적01-06] 등비급수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 급수의 합의 계산에서는 일반항이 등차수열과 등비수열의 곱으로 표현되는 경우와 같이 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

$2+\frac{4}{3}+\frac{6}{3^2}+\frac{8}{3^3}+\frac{10}{3^4}+\cdots$의 값을 구하시오.

이 문항은 급수의 합을 구하는 문제이다. 주어진 급수는 일반항이 등차수열과 등비수열의 곱으로 표현되는 급수로서 등비급수의 합이나 급수의 기본적인 성질을 이용하여 급수의 합을 계산할 수 있는 학생이라 하더라도 이 문제에 대한 풀이 방법을 별도로 학습하지 않은 경우 이 문제를 풀지 못할 가능성이 크다. 이와 같이 성취기준에의 도달 여부를 판단하기에 지나치게 복잡한 문제는 지양한다.

나) 미분법

(1) 성취기준

❶ 여러 가지 함수의 미분

[12미적02-01] 지수함수와 로그함수의 극한을 구할 수 있다.
[12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다.
[12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.
[12미적02-04] 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.
[12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다.

❷ 여러 가지 미분법

[12미적02-06] 함수의 몫을 미분할 수 있다.
[12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다.
[12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다.
[12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다.
[12미적02-10] 이계도함수를 구할 수 있다.

❸ 도함수의 활용

[12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
[12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
[12미적02-13] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
[12미적02-14] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

$y=\dfrac{(x+2)(x+1)^2}{(x-2)^3}$의 $x=1$에서의 미분계수를 구하시오.

이 문항은 함수의 몫으로 주어진 함수의 미분계수를 계산하는 문제이다. 함수의 몫의 미분법을 알고 있는 학생이라 하더라도 복잡한 계산으로 인해 오답을 할 가능성이 있다. 이와 같이 성취기준에의 도달 여부를 판단하기에 지나치게 복잡한 계산을 요구하는 문제는 지양한다.

예시 문항

$y=\sqrt[3]{x^2(x+3)}$ 의 점근선의 방정식을 구하시오.

이 문항은 도함수를 활용하여 점근선이 x축이나 y축과 평행하지 않은 함수의 그래프의 점근선의 방정식을 구하는 문제이다. 점근선의 개념을 이해하고 있고 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리는 원리와 방법을 이해하고 있다고 하더라도 점근선이 x축이나 y축과 평행하지 않은 함수의 그래프의 점근선의 방정식을 구하는 문제는 학생들에게 지나치게 어렵게 인식될 가능성이 있다. 이와 같이 지나치게 복잡한 함수나 상황을 포함하는 문제는 지양한다.

다) 적분법

(1) 성취기준

❶ 여러 가지 적분법

[12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
[12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
[12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

❷ 정적분의 활용

[12미적03-04] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해한다.
[12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
[12미적03-06] 입체도형의 부피를 구할 수 있다.
[12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 적분법과 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

원기둥 모양의 물탱크에서 물이 나오는 속도는 탱크에 물이 가득 차 있을 때, 가장 빠르다고 한다. 물이 나오는 속도, 즉 시간 x에 대한 물의 높이 y의 순간 변화율은 물의 높이 y의 제곱근에 비례한다고 한다. 즉 $\frac{dy}{dx}=-\frac{1}{10}\sqrt{y}$ 이 성립한다. 물탱크에 물이 가득 찼을 때, 물의 높이 y를 $64cm$라 하면, y를 x의 식으로 나타내어라.

이 문항은 정적분을 활용하여 속도와 거리에 대한 문제를 해결하는 능력을 평가하는 문제이다. 문제 상황이 도함수가 포함된 방정식 즉, 미분방정식으로 표현되어 있어 교육과정의 범위를 벗어난 문제이다. 이와 같이 교육과정의 범위를 벗어나거나 교육과정에 제시된 성취기준에의 도달 여부를 판단하기에 지나치게 복잡한 문제는 지양한다.

5) 확률과 통계

가) 경우의 수

(1) 성취기준

❶ 순열과 조합

[12확통01-01] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.

[12확통01-02] 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다.

❷ 이항정리

[12확통01-03] 이항정리를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 허수단위 i가 포함된 이항정리에 관한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

${}_8\mathrm{C}_0 - {}_8\mathrm{C}_2 + {}_8\mathrm{C}_4 - {}_8\mathrm{C}_6 + {}_8\mathrm{C}_8$의 값은?

① 16　② 24　③ 32　④ 40　⑤ 48

이 문항은 이항정리의 성질을 이해하는 것이 핵심이지만 허수는 이차방정식의 해를 이해하는 정도로만 다루기로 하였으므로 이런 문제는 지양한다.

- 항이 세 개 이상인 다항정리에 관한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

$(ax^2 + x - 1)^8$의 전개식에서 x^4의 계수가 최소가 되도록 하는 양수 a의 값을 구하시오.

이 문항은 이항정리를 두 번 이용하여 구할 수 있지만 위 풀이와 같이 다항정리의 공식을 이용하여 해결할 수도 있다. 문제의 의도가 아닌 새로운 공식을 적용하는 문제로 적용될 수 있으므로 다항정리를 다루는 문제는 지양한다.

나) 확률

(1) 성취기준

1 확률의 뜻과 활용

[12확통02-01] 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다.
[12확통02-02] 확률의 기본 성질을 이해한다.
[12확통02-03] 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
[12확통02-04] 여사건의 확률의 뜻을 알고, 이를 활용할 수 있다.

2 조건부확률

[12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.
[12확통02-06] 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다.
[12확통02-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 세 사건 이상에서 서로 배반이거나 서로 독립임을 가정한 복잡한 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

A, B, C 세 명의 궁사가 있다. A가 10점을 맞출 확률은 0.25이고, A, B 중 적어도 한 사람이 10점을 맞출 확률은 0.5이며, A, C 중 적어도 한 사람이 10점을 맞출 확률은 0.625라 한다. B, C가 동시에 활을 쏠 때, 적어도 한 사람이 10점을 맞출 확률을 구하시오. (단, 세 사람이 10점을 맞추는 사건은 서로 독립이다.)

이 문항은 서로 독립사건임을 가정하여 확률의 곱의 법칙을 이용하여 확률을 구하는 것이 핵심이다. 그러나 상황이 복잡하고 서로 독립이라는 의미의 중의적 표현으로 인하여 문제 이해가 어려우므로 이러한 문제는 지양한다.

다) 통계

(1) 성취기준

1 확률분포

[12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다.
[12확통03-02] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.
[12확통03-03] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.
[12확통03-04] 정규분포의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

2 통계적 추정

[12확통03-05] 모집단과 표본의 뜻을 알고 표본 추출의 원리를 이해한다.
[12확통03-06] 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.
[12확통03-07] 모평균을 추정하고, 그 결과를 해석할 수 있다.

(2) 평가 방법 및 유의 사항

- 이항분포의 평균과 분산을 구하는 식을 증명하는 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때, $\mathrm{E}(X)=np$임을 증명하시오.

이 문항은 이항분포의 평균을 증명하는 문제이고 그 해결 과정이 복잡하므로 ‘평가 방법 및 유의 사항’에서 다루지 않기로 하였다. 이러한 문항의 출제는 지양한다.

- 모평균의 신뢰구간을 다룰 때 지나치게 복잡한 계산을 포함하는 문제는 다루지 않는다.

예시 문항

표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 36인 표본을 뽑아 모평균을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간을 $a \le m \le b$라 할 때, $l=b-a$라 하고 크기가 n인 표본을 뽑아 모평균을 신뢰도 99%로 추정한 신뢰구간을 $c \le m \le d$라 할 때, $l'=d-c$라 하자. 부등식 $l' \le l$이 성립하도록 하는 n의 최솟값을 구하시오.
(단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96)=0.475$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.58)=0.495$로 계산한다.)

이 문항은 신뢰구간을 구하여 부등식을 만족시키는 n의 최솟값을 구하는 것이 핵심이지만 n의 값을 구하는 과정에서 계산이 너무 복잡하다. 계산기를 이용하거나 서술형으로 구하는 과정에 점수를 부여할 수도 있지만 문제의 의도에 맞도록 계산이 간단한 문제로 제시하는 것이 적합하다. 따라서 이와 같이 계산이 복잡한 문제는 지양한다.

6) 기하

가) 이차곡선

(1) 성취기준

❶ 이차곡선

[12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다.
[12기하01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.
[12기하01-03] 쌍곡선의 뜻을 알고, 쌍곡선의 방정식을 구할 수 있다.
[12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.

나) 평면벡터

(1) 성취기준

❶ 벡터의 연산

[12기하02-01] 벡터의 뜻을 안다.
[12기하02-02] 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 할 수 있다.

❷ 평면벡터의 성분과 내적

[12기하02-03] 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다.
[12기하02-04] 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.
[12기하02-05] 좌표평면에서 벡터를 이용하여 직선과 원의 방정식을 구할 수 있다.

다) 공간도형과 공간좌표

(1) 성취기준

❶ 공간도형

[12기하03-01] 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계에 대한 간단한 증명을 할 수 있다.
[12기하03-02] 삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
[12기하03-03] 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

❷ 공간좌표

[12기하03-04] 좌표공간에서 점의 좌표를 구할 수 있다.
[12기하03-05] 좌표공간에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
[12기하03-06] 좌표공간에서 선분의 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다.
[12기하03-07] 구의 방정식을 구할 수 있다.

2 행동영역에 따른 예시 문항

행동영역은 각 문항의 내용을 측정할 때 어느 단계의 인지능력 수준을 측정할 것인가를 나타낸 것으로 계산 능력, 이해 능력, 추론 능력, 문제해결 능력으로 구분되며 이에 속하는 세부적인 능력은 다음과 같다.

가. 계산 능력

- 연산의 기본 법칙이나 성질을 적용하여 주어진 식을 간단히 하는 능력
- 수학의 기본적인 공식이나 계산법을 적용하는 능력
- 수학의 전형적인 풀이 절차를 적용하는 능력

[예시 문항]	2024학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 1번
내용 영역	수학Ⅰ-지수함수와 로그함수-지수와 로그
성취수준	[12수학Ⅰ01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.

$\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{3}{4}$　③ 1　④ $\frac{5}{4}$　⑤ $\frac{3}{2}$

나. 이해 능력

- 문제에 주어진 수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표의 의미와 관련 성질을 알고 적용하는 능력
- 주어진 문제와 관련된 수학적 개념을 파악하고 적용하는 능력
- 교과서에 나오는 기본 예제 문제나 정형화된 응용 문제를 해결하는 능력
- 주어진 문제 상황을 수학적으로 표현(수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표 등)하는 능력
- 수학적 표현(수학적 용어, 기호, 식, 그래프, 표 등)을 교환하여 표현하는 능력

[예시 문항]	2024학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 7번
내용 영역	수학Ⅰ-지수함수와 로그함수-지수함수와 로그함수
성취수준	[12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.

상수 $a\,(a>2)$에 대하여 함수 $y=\log_2(x-a)$의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y=\log_2\dfrac{x}{4}$, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4$일 때, a의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

다. 추론 능력

- 나열하기, 세어보기, 관찰 등을 통해 문제 해결의 핵심 원리를 발견하는 능력
- 유추를 통해 문제 해결의 핵심 원리를 발견하는 능력
- 수학의 개념·원리·법칙을 이용하여 참인 성질을 이끌어 내거나 주어진 명제의 참·거짓을 판별하는 능력
- 주어진 정의를 이해하고 참인 성질을 이끌어 내는 능력
- 반례를 들어 주어진 명제가 거짓임을 판단하는 능력
- 증명 능력
  - 조건 명제의 증명, 삼단 논법에 의한 논리적 추론, 반례에 의한 증명, 모순법, 동치 명제의 증명, 수학적 귀납법에 의한 증명 등을 이해하는 능력
  - 주어진 증명을 읽고 결론을 도출하는 능력

[예시 문항]	**2024학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 15번**
내용 영역	수학Ⅰ-수열-수학적 귀납법
성취수준	[12수학Ⅰ03-06] 수열의 귀납적 정의를 이해한다.

자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> $a_1 = k$이고, 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \le 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$
>
> 이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

라. 문제해결 능력

- 두 가지 이상의 수학적 개념, 원리, 법칙의 관련성을 파악하고 종합하여 문제를 해결하는 능력
- 두 단계 이상의 사고 과정을 거쳐서 문제를 해결하는 능력
- 실생활 상황에서 관련된 수학적 개념·원리·법칙 등을 파악하고 이를 적용하여 문제를 해결하는 능력
- 타교과의 소재를 사용한 상황에서 관련된 수학적 개념·원리·법칙 등을 파악하고 이를 적용하여 문제를 해결하는 능력

[예시 문항]	**2024학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 20번**
내용 영역	수학Ⅱ-적분-정적분의 활용
성취수준	[12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$의 값을 구하시오. [4점]

> $x \geq 1$인 모든 실수 x에 대하여
> $g(x) \geq g(4)$이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$이다.

3 평가 문항 제작의 일반적인 절차

'성취기준'이란 학생들이 배워야 할 내용과 이를 통해 수업 후 할 수 있기를 기대하는 능력을 결합하여 나타낸 활동의 기준으로, 학생들이 각 성취기준에 도달한 정도를 평가하기 위한 척도 중 하나로 좋은 평가 문항이 필요하다.

문항은 계획 단계, 초안 문항 제작 단계, 검토 단계, 최종 문항 제작 단계를 거쳐 완성시키며[6], 이를 바탕으로 다음과 같은 평가 문항 제작의 일반적인 절차를 거치도록 제안하고 있다.[7]

가. 교육과정 분석

- 평가의 목적이 교육활동을 통해 도달시키고자 하는 학습 목표가 달성되었는지에 있으므로 교육과정의 분석 필요
- 교육과정에서 평가목표와 평가내용이 어떻게 규정되어 있는지 명확한 인식 필요
- 평가 시행을 위해 교육과정에 규정된 목표를 내용영역과 행동영역으로 나누어 확인

1단계 교육과정 분석 [예시]

[수학 II]

단원	내용요소	교육과정 성취기준
미분	미분계수	[12수학 II 02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
		[12수학 II 02-02] 미분계수의 기하적 의미를 이해한다.
		[12수학 II 02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.

6) 전영주(2012). 수학과 평가 문항제작의 실제. 한국학교수학회 한국학교수학회논문집, 281-297
7) 중등 학생평가문항제작 연구회(2020). 지필평가 문항제작 길라잡이.

나. 필수 학습요소 및 평가요소 추출

- 교육과정 목표 달성을 위해 요구되는 필수 학습요소 추출

※ '필수 학습요소'란 다음 단계의 학습 내용과 목표를 성공적으로 성취하기 위해서 최소한으로 요구되는 학습내용 혹은 학습요소를 의미함.

- 내용요소와 행동요소를 결합하는 평가요소 선정
- 교수학습 목표보다 구체적이고 상세화된 내용으로 기술

2단계 **필수학습요소 및 평가요소 추출 [예시]**

- **필수 학습요소 추출**
  [12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
- **평가요소 선정**
  미분계수의 정의를 이해하고 값을 구할 수 있다.

다. 문제 장면 설정

- 선정한 평가요소를 바탕으로 문제 장면을 합리적으로 설정
- 평가요소가 타당하게 선정되었더라도 문제 장면이 비합리적으로 설정된다면 평가의 효과는 반감됨
- 평가문항 구성 시 수업시간에 이루어진 수행평가 및 활동을 활용하여 문제 장면 설정 가능

3단계 **문제 장면 설정 [예시]**

- 평균변화율과 미분계수의 관계를 이용한 문제 장면을 설정한다.

라. 문항정보표 작성

- 문항정보표에 문항번호, 내용요소, 교육과정 성취기준, 난이도, 배점, 정답 등을 공통적으로 기재
- 평가자는 본격적으로 평가문항을 제작하기에 앞서 문항정보표를 작성해 봄으로써 평가 요소의 중복 여부, 특정 학습단원의 편중 여부, 문항의 곤란도, 타당성, 출제 근거의 명확성 등을 일목요연하게 조망해 볼 수 있음.

4단계 문항정보표 작성 [예시]

[문항정보표]

문항 번호	내용요소	교육과정 성취기준	난이도			배점	정답
			상	중	하		
1	미분계수	[12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.			○	2	⑤

마. 문항 초안 작성

- 문항정보표에 의거하여 문항 초안 작성
- 학문적으로 오류가 없는 문제 장면을 제시하고, 평가요소가 명확히 나타나도록 문항 구성
- 의미 혼동 없이 평가 요소를 명확하게 제시할 수 있는 발문 작성

5단계 문항 초안 작성 [예시]

1. 다항함수 $f(x)$에 대하여 x의 값이 1에서 a까지 변할 때의 평균변화율이 $\dfrac{a^2+3a-4}{a-1}$이다. $f'(1)$의 값은? (단, $a \neq 1$) [2점]

① 3　② $\dfrac{7}{2}$　③ 4　④ $\dfrac{9}{2}$　⑤ 5

바. 문항 검토 조언(컨설팅)

- 평가요소를 표현한 발문, 정답 작성의 조건, 수험자의 반응 유형 예측에 따른 인정 답안의 범위, 채점 기준까지 포괄한 문항에 대한 세밀한 검토 과정 필요
- 문항의 타당도와 평가의 신뢰도 확보를 위한 필수 과정

6단계 문항 검토 조언(컨설팅) [예시]

- **검토의견 1.** 2점 문항은 교과서적인 단순한 계산 및 개념을 묻는 문항으로 출제하여 학생들이 쉽게 해결할 수 있도록 한다.
- **검토의견 2.** 미분계수의 정의를 묻는 평가요소에 a에 대한 평균변화율과 x에 대한 함수를 제시하여 평가요소와 별개로 문제 장면이 복잡하므로 명료화시킬 필요가 있다.

사. 최종 문항 완성

- 문항 컨설팅 과정을 거친 후 검토 협의 과정에서 논의된 사항을 바탕으로 문항 수정 보완
- 문항 수정 보완 과정을 거친 후 최종 문항 원안지, 문항정보표 등을 마무리하여 제출본 완성
- 수정 사항이 최종 문항에 제대로 반영되었는지 여부, 이전 원안파일과 최종파일의 혼동 여부, 파일 정리 과정에서 그림, 그래프나 기호, 선 등이 누락되지 않았는지의 여부 등을 재확인하는 과정 필요

7단계 최종 문항 완성 [예시]

1. 함수 $f(x)=3x^2-x$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Ⅲ

문항 제작과정에서 나타나는 오류 사례

III 문항 제작과정에서 나타나는 오류 사례

문항 제작과정에서 나타나는 오류는 크게 보면 내용적 측면의 오류와 형식적 측면의 오류로 나눌 수 있다. 문항 제작과정에서 발생할 수 있는 다음과 같은 내용적 측면, 형식적 측면의 실제적인 오류 유형을 문항별로 살펴보면서 해당 문항이 타당도와 신뢰도를 갖출 수 있는 문항으로 변화하는 과정을 함께 수록하였다.

이 사례들은 평가문항 제작과정에서 발생할 수 있는 문항오류에 대한 '자기점검 체크리스트'로 활용될 수 있다.

분류	유형 (출제 오류 유형 또는 출제 배제 필요 유형)
내용적 측면	교육과정을 벗어난 사례
	조건의 불명확성으로 유일하지 않은 대상의 정보를 묻는 사례
	수식으로는 풀리지만 존재하지 않는 대상을 다루는 사례
	평가 방법 및 유의 사항을 어긴 사례
	선행학습을 한 학생들이 상대적으로 유리할 수 있는 사례
	내용 영역 위배 사례
	출제의도가 왜곡될 수 있는 사례
형식적 측면	불필요한 자료가 구성되거나 조건이 부족한 사례
	핵심이 되는 조건의 누락으로 정답의 유일성이 보장되지 않는 사례
	문항을 명료화하기 위해 조건 수정이 필요한 사례
	적절하지 못한 발문(용어)을 포함하는 사례
	도형과 관련된 오해를 일으키는 사례
	수학 기호 표기 및 문항 서술 방식의 오류가 있는 사례
	불분명한 용어나 모호한 표현을 사용한 사례
	선다형 문항으로서 오답 매력도가 떨어지는 문항 사례
	문항 작성의 기본적인 서식에 어긋난 사례

교육과정을 벗어난 사례 ①

교과목	수학 I
교육 과정 성취 기준	[12수학 I 01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

수정 전

$10 < x < 100$ 이고 $\log \sqrt{x}$ 와 $\log x^2$ 의 소수 부분이 같을 때 x 의 값을 구하시오.

검토의견

상용로그의 지표와 가수는 이전 교육과정에서는 다루었지만 2015개정 수학과 교육과정에서 다루지 않는 개념이다. 지표와 가수라는 용어를 언급하지는 않았지만 그 개념을 활용하는 문항이라서 지양되어야 할 문항이다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**

지수와 로그의 성질에 대한 평가에서는 지수와 로그의 기본 성질을 이해하고 활용할 수 있는 능력을 평가하는 데 중점을 두고, 지나치게 복잡한 계산을 포함하는 문제는 다루지 않는다.

수정 후

$10 < x < 100$ 이고 $\log x^2 - \log \sqrt{x}$ 의 값이 자연수일 때, x 의 값을 구하시오.

반영 내용

로그의 덧셈과 뺄셈, 로그의 기본 성질을 물을 수 있는 형태의 문제로 변형하였다.

교육과정을 벗어난 사례 ②

교과목	수학 Ⅰ
교육 과정 성취 기준	[10수학01-04] 다항식의 인수분해를 할 수 있다.

수정 전

$x+y+z=1$, $x^2+y^2+z^2=3$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$ 일 때, $x^3+y^3+z^3$ 의 값은?

검토의견

위의 문제를 해결하기 위해서는 $x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$ 와 같은 식을 알고 있어야 한다. 이 인수분해공식(또는 곱셈공식)은 교육과정에서 제시하는 학습요소에 포함되지 않는 식이다. 비록 교수학습과정에서 교사가 의도를 가지고 교실 내에서 다루어졌다 하더라도 학생의 학습부담을 가중시키지 않기 위해서 신중해야 할 필요가 있다.

○ **교수학습 방법 및 유의 사항**

다항식의 인수분해는 다음의 경우를 다룬다.

$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$

$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$, $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$, $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

○ **평가 방법 및 유의 사항**

복잡한 인수분해 문제는 다루지 않는다.

수정 후

$x+y=4$, $x^2+y^2=12$일 때, x^5+y^5 의 값은?

반영 내용

곱셈공식의 변형과 인수분해 공식을 묻는 문제를 출제하기 위해서는 교육과정에서 제시되는 식을 활용하는 것이 일반적이다. x^2+y^2 또는 x^3+y^3 과 같은 식의 변형을 묻는 문제로 변형하여 학생이 성취기준을 달성했는지 여부를 확인할 수 있다.

교육과정을 벗어난 사례 ③

교과목	수학 I
교육 과정 성취 기준	[12수학 I 01-06] 지수함수와 로그함수의 뜻을 안다.

수정 전

지수함수 $f(x)=2^{-x}$ 에 대하여 $a_n = f^n(1)$ 일 때, a_2, a_3, a_4 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?
(단, $f^1(x)=f(x)$ 이고 $f^{n+1}(x)=f(f^n(x))$, $n=1, 2, 3, 4, \cdots$)

[선지(답지) 생략]

검토의견

기호 $f^n(x)$ 는 고등학교 교육과정을 넘어서는 해석학에서 다루는 함수열의 기호이다. 이를 문항 내의 조건으로 제시하여 기호를 정의한 뒤에 이를 활용하는 문항을 출제하여 평가하는 것은 지양해야 한다.

수정 후

지수함수 $f(x)=2^{-x}$ 에 대하여

$$a_1 = f(2),\ a_{n+1} = f(a_n)\quad (n=1, 2, 3)$$

일 때, a_2, a_3, a_4 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

[선지(답지) 생략]

반영 내용

$f^n(x)$ 과 같은 의미를 전달하면서 교육과정 내에서 다루는 수열의 귀납적 정의를 이용하여 조건을 설명하였다.

교육과정을 벗어난 사례 ④

교과목	수학 I
교육 과정 성취 기준	[12수학 I 03-06] 수열의 귀납적 정의를 이해한다.

수정 전

첫째항이 1 인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1}=2a_n+1$ 이 성립한다. a_{50} 의 값을 구하시오.

검토의견

수열의 귀납적 정의 단원에서는 점화식을 통해서 인접하는 항의 값을 직접적으로 찾을 수 있는가를 평가요소로 삼아야 한다. 점화식을 통해서 일반항을 구하도록 하거나, 일반항을 묻지 않더라도 일반항을 찾아서 답을 도출하는 것이 유리한 문항은 적합하지 않다. 위 문항은 '계차수열이 등차수열인 수열'의 점화식을 다루고 있어서 교육과정 위배 시비가 발생할 수가 있다.

○ **교수학습 방법 및 유의 사항**

수열과 관련된 여러 가지 문제를 귀납적으로 표현할 수 있게 하고, 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 문제는 다루지 않는다.

수정 후

첫째항이 1 인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1}=2a_n+1$ 이 성립한다. a_5의 값을 구하시오.

반영 내용

50번째 항을 물음으로 인해서 일반항을 구해야 할 것 같은 발문보다는 a_5처럼 두 항 사이의 관계를 통해서 추론해도 시간적인 부담이 없는 항의 값을 묻는 것으로 수정하였다.

교육과정을 벗어난 사례 ⑤

교과목	미적분
교육 과정 성취 기준	[12미적03-06] 입체도형의 부피를 구할 수 있다.

수정 전

직선 $y=2x-6$과 세 직선 $x=0$, $y=0$ 및 $y=4$로 둘러싸인 도형을 y축 둘레로 회전하여 얻은 입체의 부피를 구하시오.

검토의견

입체도형의 부피는 단면의 넓이를 식으로 표현해서 정적분으로 해결할 수 있는 경우를 다루지만, 모선을 이용한 회전체의 부피는 다루지 않는다. 회전체의 부피를 단면의 넓이를 구하는 과정을 거쳐서 학습지도를 했더라도 지금의 교육과정에서 다루지 않는 내용은 출제하지 않는 것을 권한다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**
여러 가지 적분법과 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

수정 후

높이가 4인 입체도형을 밑면으로부터 높이가 x인 지점에서 밑면과 평행한 평면으로 자른 단면이 반지름의 길이가 $\dfrac{x+6}{2}$인 원일 때, 이 입체도형의 부피를 구하시오.

반영 내용

입체도형의 부피를 구하는 과정은 입체도형의 단면의 넓이를 이용하여 정적분으로 구한다. 단면의 넓이를 식으로 제시하거나, 단면이 나타내는 도형을 식으로 표현해서 그 넓이를 구할 수 있도록 문제를 수정하였다.

조건의 불명확성으로 유일하지 않은 대상의 정보를 묻는 사례 ①

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-07] 이차방정식에서 판별식의 의미를 이해하고 이를 설명할 수 있다.

수정 전

이차방정식 $x^2-4x+k=0$이 서로 다른 두 개의 근을 가질 때, k의 값의 범위는?

[선지(답지) 생략]

검토의견

이차방정식의 근이 서로 다른 두 실근인지, 서로 다른 두 허근인지에 따라 정답이 답지에 있을 수도 있고, 답지에 없을 수도 있다. 또한, x에 대한 이차방정식이므로 k가 상수라는 언급도 필요하다.

○ **교수학습 방법 및 유의 사항**

방정식은 계수가 실수인 경우만 다룬다.

수정 후

이차방정식 $x^2-4x+k=0$이 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, k의 값의 범위는? (단, k는 상수이다.)

[선지(답지) 생략]

반영 내용

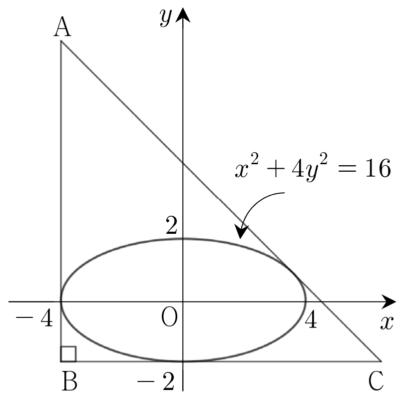
발문에서 묻는 내용의 범위를 명확하고 구체적으로 한정하였다.

조건의 불명확성으로 유일하지 않은 대상의 정보를 묻는 사례 ②

교과목	기하
교육 과정 성취 기준	[12기하01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.

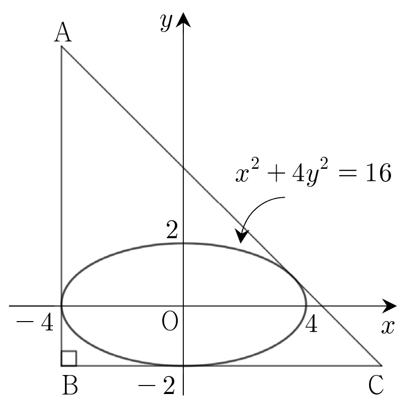
수정 전

그림과 같이 타원 $x^2+4y^2=16$ 에 직각이등변삼각형 ABC 가 외접할 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 구하시오

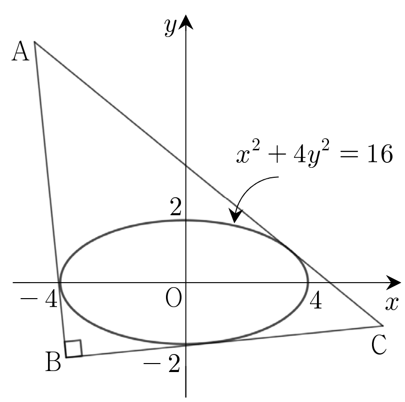


검토의견

출제자는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 x 축이 평행하다는 가정 하에 문제를 출제했을 것으로 예상된다. 그러나 $\overline{\mathrm{BC}}$ 가 x 축에 평행하지 않은 상태에서 타원 $x^2+4y^2=16$ 에 외접하는 직각이등변삼각형은 무수히 많이 존재할 뿐만 아니라, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울어진 정도에 따라 직각이등변삼각형 ABC 의 넓이 또한 달라지므로, 조건을 명확하게 제시할 필요가 있다.



[$\overline{\mathrm{BC}}$ 가 x 축과 평행한 경우]



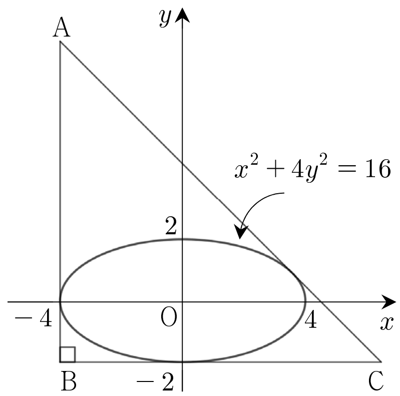
[$\overline{\mathrm{BC}}$ 가 x 축과 평행하지 않은 경우]

○ **교수학습 방법 및 유의 사항**

이차곡선은 축이 x 축, y 축에 평행한 것만 다룬다.

수정 후

그림과 같이 타원 $x^2+4y^2=16$에 외접하는 직각이등변삼각형 ABC의 선분 BC가 x축과 평행할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.



반영 내용

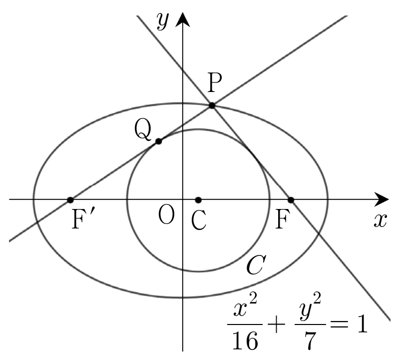
$\overline{\mathrm{BC}}$가 x축과 평행하다는 조건을 분명히 함으로써 구하고자 하는 직각삼각형 ABC를 하나만 존재하도록 하였다.

조건의 불명확성으로 유일하지 않은 대상의 정보를 묻는 사례 ③

교과목	기하
교육 과정 성취 기준	[12기하01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.

수정 전

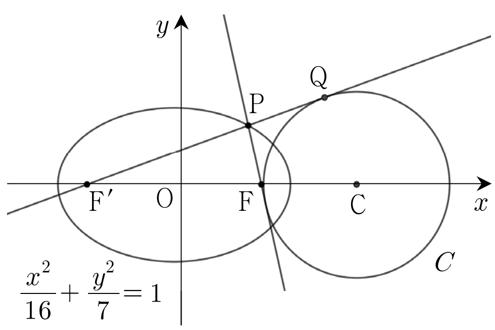
그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{7}=1$ 위의 점 P에 대하여 직선 FP와 직선 $\mathrm{F}'\mathrm{P}$에 동시에 접하고 중심이 x축 위에 있는 원 C가 있다. 원 C의 중심을 C, 직선 $\mathrm{F}'\mathrm{P}$가 원 C와 만나는 점을 Q라 하자. $2\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PF}}$일 때, 선분 CP의 길이는? (단, $\overline{\mathrm{F}'\mathrm{P}}>\overline{\mathrm{FP}}$)



[선지(답지) 생략]

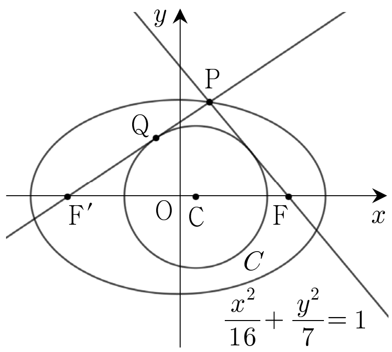
검토의견

이 문항의 출제의도는 중심이 타원의 내부에 있는 경우를 생각하고 출제를 하였지만 그림과 같이 타원의 외부에도 주어진 조건을 만족하는 원이 존재하게 되므로, 구하고자 하는 선분 CP의 길이가 유일하지 않다. 따라서, 조건을 명확하게 제시할 필요가 있다.



수정 후

그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\,0)$, $\mathrm{F}'(-c,\,0)(c>0)$인 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$ 위의 점 P에 대하여 직선 FP와 직선 $\mathrm{F'P}$에 동시에 접하고 중심이 선분 $\mathrm{F'F}$ 위에 있는 원 C가 있다. 원 C의 중심을 C, 직선 $\mathrm{F'P}$가 원 C와 만나는 점을 Q라 할 때, $2\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PF}}$이다. $24\times\overline{\mathrm{CP}}$의 값은? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



[선지(답지) 생략]

반영 내용

두 초점을 $\mathrm{F}(c,\,0)$, $\mathrm{F}'(-c,\,0)(c>0)$으로 명시하였으며, 원 C의 중심을 선분 $\mathrm{F'F}$ 위에 있도록 조건을 제시하여 출제자의 의도인 원 C와 문제 상황이 유일하게 존재하도록 하였다.

조건의 불명확성으로 유일하지 않은 대상의 정보를 묻는 사례 ④

교과목	수학 I
교육 과정 성취 기준	[12수학 I 03-04] Σ의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

수정 전

다음은 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_2+a_6=1,\ \sum_{k=1}^{8}\left(|a_k|+a_k^2\right)=219$$

을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$의 공차를 구하는 과정이다.

> $a_2+a_6=1$에서 $a_4=\boxed{(가)}$
>
> 등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면
>
> $$\sum_{k=1}^{8}|a_k|=\boxed{(나)},\qquad \sum_{k=1}^{8}{a_k}^2=44d^2+4d+2$$
>
> 그러므로
>
> $$\sum_{k=1}^{8}\left(|a_k|+{a_k}^2\right)=\boxed{(나)}+\left(44d^2+4d+2\right)=219\text{이다.}$$
>
> 따라서 $d=\boxed{(다)}$

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 p, q라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(d)$라 할 때, $f(p+q)$의 값은?

[선지(답지) 생략]

검토의견

이 경우 $\sum_{k=1}^{8}\left(|a_k|+a_k^2\right)=219$의 값이 고정되어 있어 박스 (나)에 들어갈 식이 출제 의도대로 계산되는 식과 다른 식(예를 들어, $219-\left(44d^2+4d+2\right)$ 등)이 들어갈 수 있어 유일성을 보장할 수 없다.

수정 후

다음은 공차가 1보다 크고 $a_3+a_5=2$인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$\sum_{k=1}^{5}\left(a_k^{\ 2}-5|a_k|\right)$의 값이 최소가 되도록 하는 수열 $\{a_n\}$의 공차를 구하는 과정이다.

> $a_3+a_5=2$에서 $a_4=$ $\boxed{(가)}$
>
> 등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하고
>
> $\sum_{k=1}^{5}a_k^{\ 2}$과 $\sum_{k=1}^{5}|a_k|$를 각각 d에 대한 식으로 나타내면
>
> $$\sum_{k=1}^{5}a_k^{\ 2}=15d^2-10d+5,\quad \sum_{k=1}^{5}|a_k|=\boxed{(나)}$$
>
> 따라서 $\sum_{k=1}^{5}\left(a_k^{\ 2}-5|a_k|\right)$ 의 값이 최소가 되도록 하는
>
> 수열 $\{a_n\}$의 공차는 $\boxed{(다)}$이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 p, q라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(d)$라 할 때, $f(p+2q)$의 값은?

[선지(답지) 생략]

반영 내용

$\sum_{k=1}^{5}\left(a_k^{\ 2}-5|a_k|\right)$의 최솟값을 구하는 과정을 묻는 문제로 바꿔 박스 (나)의 유일성을 보장하였다.

수식으로는 풀리지만 존재하지 않는 대상을 다루는 사례 ①

교과목	확률과 통계
교육 과정 성취 기준	[12확통03-02] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.

수정 전

이산확률변수 X가 가지는 값은 $1,\ 2,\ 3,\ 4$이고 이산확률변수 Y가 가지는 값은 $1,\ 4,\ 9,\ 16$이고

$$\mathrm{P}(X=k)=\mathrm{P}\left(Y=k^2\right)\ (k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

이다. $\mathrm{E}(X)=6$, $\mathrm{V}(X)=1$일 때, $\mathrm{E}(Y)$의 값은?

[선지(답지) 생략]

검토의견

확률변수 X의 평균으로 주어진 6은 X가 취할 수 있는 값인 $1,\ 2,\ 3,\ 4$ 보다 커서 실제로 존재할 수 없는 확률분포이다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**

이산확률변수와 연속확률변수를 다룰 때 구체적인 예를 통해 이해하게 한다.

수정 후

이산확률변수 X가 가지는 값은 $1,\ 2,\ 3,\ 4$이고 이산확률변수 Y가 가지는 값은 $1,\ 4,\ 9,\ 16$이고

$$\mathrm{P}(X=k)=\mathrm{P}\left(Y=k^2\right)\ (k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

이다. $\mathrm{E}(X)=3$, $\mathrm{V}(X)=\frac{7}{6}$일 때, $\mathrm{E}(Y)$의 값은?

[선지(답지) 생략]

반영 내용

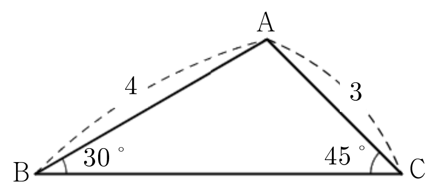
확률변수 X가 취하는 값으로 실제 존재할 수 있는 평균 $\mathrm{E}(X)=3$과 분산 $\mathrm{V}(X)=\frac{7}{6}$을 제시하여 새롭게 정의된 확률변수의 평균을 구하는 형태의 문제로 변형하였다.

수식으로는 풀리지만 존재하지 않는 대상을 다루는 사례 ②

교과목	수학(중)
교육 과정 성취 기준	[9수04-17] 삼각비의 뜻을 알고, 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있다.

수정 전

삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=3$, $\angle B=30°$, $\angle C=45°$, $\overline{BC}=a$ 라 할 때, a 의 값은?



① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ ③ 4 ④ 5 ⑤ $2\sqrt{3}+\frac{3}{2}\sqrt{2}$

검토의견

삼각비를 이용해서 한 변의 길이를 구하는 문제로 점 A 에서 변 BC 에 수선의 발을 내린 후 코사인을 이용하여 문제를 해결하면 답이 ⑤가 나온다. 하지만 이 문제는 사인법칙으로 검증해보면,

$\frac{3}{\sin 30°}=\frac{4}{\sin 45°}$ 가 성립해야 하나 $6=4\sqrt{2}$ 가 되므로 모순이다.

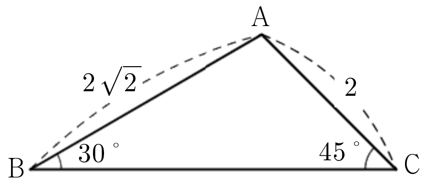
이것은 그림으로는 표현가능한 것 같지만 존재할 수 없는 삼각형 ABC 를 설정하여 문항을 출제함으로써 발생하는 오류로 문항출제 시 출제자가 유의해야 할 부분이다.

○ 평가 방법 및 유의 사항

삼각비를 활용하여 직접 측정하기 어려운 거리나 높이 등을 구해보는 활동을 통해 그 유용성을 인식하게 한다.

수정 후

삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{AC}}=2$, $\angle \mathrm{B}=30^\circ$, $\angle \mathrm{C}=45^\circ$, $\overline{\mathrm{BC}}=a$라 할 때, a의 값은?



[선지(답지) 생략]

반영 내용

삼각형 ABC가 존재할 수 있도록 변 AB, 변 AC의 길이를 수정하였다.

수식으로는 풀리지만 존재하지 않는 대상을 다루는 사례 ③

교과목	수학(중)
교육 과정 성취 기준	[9수학02-13] 이차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

수정 전

$\angle A=90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}+\overline{AC}=8$ 이고 삼각형 ABC 의 넓이가 9 일 때, 선분 BC 의 길이를 구하시오.

검토의견

$\overline{AB}+\overline{BC}=8$ 에서 $\overline{AB}\times\overline{AC}\leq 16$ 이므로 삼각형 ABC 의 넓이는 8 이하가 되어 조건처럼 삼각형 ABC 의 넓이는 9 가 될 수 없다. 도형을 다루는 문항을 제작할 때는 그 도형이 실제로 존재하고 주어진 조건을 만족할 수 있는지를 확인해야 한다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**

- 방정식과 부등식에 대한 지나치게 복잡한 활용 문제는 다루지 않는다.
- 이차방정식의 근과 계수와의 관계는 다루지 않는다.

수정 후

$\angle A=90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}+\overline{AC}=8$ 이고 삼각형 ABC 의 넓이가 7 일 때, 선분 BC 의 길이를 구하시오.

반영 내용

$\overline{AB}+\overline{BC}=8$ 에서 $\overline{AB}\times\overline{AC}\leq 16$ 이므로 삼각형 ABC 의 넓이를 8 이하로 설정하였다. 또한 학생들이 자연수를 넣어서 직관적인 방법으로 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 길이를 찾지 못하도록 즉, 성취기준에 부합하는 풀이가 나올 수 있도록 삼각형 ABC 의 넓이를 7 로 수정하였다.

수식으로는 풀리지만 존재하지 않는 대상을 다루는 사례 ④

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다.

수정 전

이차방정식 $2x^2-2x+3=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $\alpha^3+\beta^3$의 값은?

검토의견

이차방정식 $2x^2-2x+3=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다. 그러므로 실수인 α, β의 값이 존재할 수 없으므로 주어진 식의 값을 구할 수 없다. 수의 값을 구하는 문제는 구한 값이 문제에서 제시한 수의 집합에 포함되는가를 확인해야 한다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**

이차방정식의 근과 계수의 관계를 활용하는 복잡한 문제는 다루지 않는다.

수정 후

이차방정식 $2x^2-2x+3=0$의 서로 다른 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^3+\beta^3$의 값은?

반영 내용

출제 의도가 근과 계수와의 관계, 곱셈공식의 변형을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 것이므로 두 근 α, β의 값이 실수가 되도록 이차방정식의 계수를 조정하거나 α, β가 실수라는 조건을 삭제함으로써 문항을 수정할 수 있다.

수식으로는 풀리지만 존재하지 않는 대상을 다루는 사례 ⑤

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학03-02] 두 집합 사이의 포함 관계를 이해한다.

수정 전

두 집합 A, B에 대하여 $n(A)=6$, $n(B)=9$, $n(A\cap B)=7$일 때, $n(A\cup B)$의 값은?

검토의견

집합의 포함관계를 살펴보면 $A\cap B\subset A$이므로 $n(A\cap B)\le n(A)$이어야 한다. 집합의 개수를 다루는 문제는 주어진 집합의 포함관계에 모순이 생기지 않도록 개수를 조정해야 한다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**

집합의 개념이나 집합의 포함관계는 개념을 이해하는 수준에서 간단히 평가한다.

수정 후

두 집합 A, B에 대하여 $n(A)=6$, $n(B)=9$, $n(A\cap B)=5$일 때, $n(A\cup B)$의 값은?

반영 내용

$0\le n(A\cap B)\le n(A)$이고, $n(A)\le n(A\cup B)$이어야 한다.
이러한 포함관계에서 생기는 모순은 확률의 덧셈정리 등의 연산을 다루는 확률 문제에서도 발생할 수 있다.

수식으로는 풀리지만 존재하지 않는 대상을 다루는 사례 ⑥

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-11] 이차함수의 최대, 최소를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

수정 전

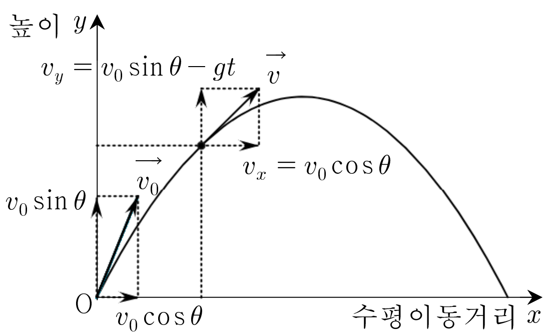
지면에서 위로 쏘아 올린 공의 x초 후의 높이를 y m라 할 때, $y=-7x^2+14x$인 관계가 성립한다고 한다. 공을 쏘아 올리고 a초 후 가장 높이 올라갔을 때, 그 높이는 b m였다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

[선지(답지) 생략]

검토의견

문항에 제시된 상황은 물리학적으로 나타날 수 없는 경우이다. 비스듬히 위로 던진 물체는 수평방향은 등속도 운동을, 수직방향은 등가속도 운동을 한다.

물체의 처음 속도를 v_0, 물체를 던진 방향과 지면과의 각의 크기를 θ라 할 때, t초 후의 속도를 $\vec{v}$라 하면, $\vec{v}=(v_0\cos\theta,\ v_0\sin\theta-gt)$이고 g는 중력가속도로서 지구에서는 $g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$의 값을 가진다.



따라서, 지면과 수직방향($\theta=\frac{\pi}{2}$)로 쏘아 올린 공의 높이는

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+c=-4.9t^2+v_0t+c$$

이므로 일반적으로 물체를 위로 던지는 운동의 경우 이차항의 계수는 -4.9가 되어야 한다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**

이차함수의 최댓값과 최솟값은 실수 전체의 범위뿐만 아니라, 제한된 범위 ($a\le x\le b$)에서도 구하게 한다.

수정 후

$10\,\mathrm{m}$ 높이의 옥상에서 위로 쏘아 올린 공의 t초 후의 높이를 $y\,\mathrm{m}$라 할 때, $y=-5t^2+20t+10$인 관계가 성립한다고 한다. 공을 쏘아 올리고 a초 후 가장 높이 올라갔을 때, 그 높이는 $b\,\mathrm{m}$였다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

[선지(답지) 생략]

반영 내용

물체를 위로 던지는 운동에서 t초 후의 높이를 나타내는 함수는 이차항의 계수가 -4.9인 이차함수로 나타나므로, -4.9의 근삿값인 -5를 이차항의 계수로 사용하였다.

평가 방법 및 유의 사항을 어긴 사례 ①

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-07] 이차방정식에서 판별식의 의미를 이해하고 이를 설명할 수 있다.

수정 전

이차식 $3x^2+2(a+b+c)x+ab+bc+ca$가 x에 관한 완전제곱식이 되기 위한 조건을 구하시오. (단, a, b, c는 실수이다.)

검토의견

(판별식)$=0$의 좌변을 인수분해하는 과정이 교육과정에서 복잡하고 어려우며 판별식에 대한 본질적인 이해에서 벗어나 있는 문항이다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**

판별식을 활용하는 복잡한 방정식과 부등식 문제는 다루지 않는다.

수정 후

x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a+b)x+2ab=0$이 중근을 갖기 위한 두 실수 a, b의 값을 각각 구하시오.

반영 내용

이차방정식에서 근의 판별도구로서 판별식을 활용할 수 있도록 문제를 구성하고, 교육과정 내에서 배운 내용으로 주어진 문자의 값을 구하는 형태의 문제로 변형하였다.

평가 방법 및 유의 사항을 어긴 사례 ②

교과목	수학(중)
교육 과정 성취 기준	[9수학02-13] 이차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

수정 전

이차방정식 $2x^2-5x-1=0$의 두 근의 합과 곱을 구하시오.

검토의견

중학교 교육과정에서는 근의 공식을 활용하여 근을 구하는 과정까지 배우지만 근과 계수와의 관계는 다루지 않는다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**
이차방정식의 근과 계수와의 관계를 다루지 않는다.

수정 후

이차방정식 $2x^2-5x-1=0$의 두 근을 구하시오.

반영 내용

근의 공식(또는 완전제곱식으로의 변형)을 통해서 이차방정식의 근을 구하는 과정을 평가할 수 있도록 단순화한 형태의 문제로 변형하였다.

선행학습을 한 학생들이 상대적으로 유리할 수 있는 사례

교과목	수학Ⅱ
교육 과정 성취 기준	[12수학Ⅱ03-02] 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.

수정 전

$f'(x)=(2x+1)^3$ 이고 $f(0)=1$ 일 때, $f(x)$ 를 구하시오.

검토의견

다항함수의 미분과 적분을 '미적분'에서 배우는 합성함수의 미분법이나 치환적분법 등을 이용할 때 더 유리해질 수 있는 문제는 지양해야 한다.

○ **교수학습 방법 및 유의 사항**

적분에 필요한 공식은 미분법의 공식에서 유도할 수 있게 한다.

수정 후

$f'(x)=(x+1)(3x+1)$ 이고 $f(0)=1$ 일 때, $f(x)$ 를 구하시오.

반영 내용

$f'(x)=(x+1)(3x+1)=3x^2+4x+1$ 와 같이 전개해서 적분해야 하는 형태로 식을 교체하면서 상위 교육과정에서 배우는 개념을 적용하여 풀 수 있는 여지를 남기지 않도록 변형하였다. 뿐만 아니라 $(2x+1)^2(x+2)^3$ 과 같이 식을 전개해서 미분하는 것보다 합성함수의 미분법을 사용해서 미분하면 계산의 편의성 및 시간절약을 가져올 수 있는 문항은 출제하고자 하는 과목의 교육과정상의 위계를 고려하여 신중히 검토해야 한다.

내용 영역 위배 사례

교과목	확률과 통계
교육 과정 성취 기준	[12확통02-02] 확률의 기본 성질을 이해한다.

수정 전

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, $0 \leq x \leq 2$에서 방정식 $a\sin\frac{b\pi}{6}x - 2 = 0$의 해가 존재할 확률은?

[선지(답지) 생략]

검토의견

일반 선택과목인 <수학Ⅰ>과 <확률과 통계>는 공통 과목인 <수학>을 학습한 후, 더 높은 수준의 수학을 학습하기를 원하는 학생들이 선택할 수 있는 과목이다. <수학Ⅰ>과 <확률과 통계> 과목 간에는 위계가 존재하지 않으므로 <수학Ⅰ>에서 배우고 있는 내용을 <확률과 통계>에서 문항의 해결 요소로 활용하는 것은 문제가 있을 수 있다. 선수학습 내용으로서 적절한지 확인할 필요가 있다.

수정 후

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 해가 존재할 확률은?

[선지(답지) 생략]

반영 내용

<확률과 통계>는 공통과목인 <수학>을 학습한 후, 선택하는 과목이므로 <수학>과목의 학습 요소인 이차방정식의 판별식을 이용하여 문제를 해결할 수 있도록 수정하였다.

출제의도가 왜곡될 수 있는 사례

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10-수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다.

수정 전

계수가 실수인 삼차방정식 $x^3-3x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2+i$일 때, 나머지 두 근을 구하시오.

검토의견

$x=2+i$를 주어진 방정식에 대입하여 $a=1,\ b=5$를 구한 뒤,
$x^3-3x^2+x+5=(x+1)(x^2-4x+5)=0$의 해를 구하는 문제이지만, 삼차방정식의 근과 계수와의 관계를 이용하는 학생은 세 근이 $2\pm i,\ -1$임을 간단한 과정을 거쳐서 구할 수 있다. 즉, 방정식의 모든 계수와 상수항이 실수일 때, 방정식이 하나의 근을 허근으로 가지면 그 켤레복소수도 근이 된다는 것을 바탕으로 삼차방정식의 근과 계수와의 관계를 사용하고 있다. 교육과정에서 삼차방정식의 근과 계수와의 관계를 다루지 않으므로 이를 이용해서 정상적인 교육과정을 통해서 학습한 학생들보다 상대적으로 유리할 수 있는 학생이 발생하지 않도록 문제를 수정할 필요가 있다.

수정 후

삼차방정식 $x^3-ax^2+(a+5)x-12=0$의 한 근이 -3일 때, 상수 a의 값과 나머지 두 근을 구하시오.

반영 내용

조건으로 제시되는 근의 값을 허수가 아닌 실수로 제시하여 상수 a의 값을 구하고, 인수분해의 과정을 거쳐서 나머지 근을 찾을 수 있도록 수정하였다.

불필요한 자료가 구성되거나 조건이 부족한 사례 ①

교과목	수학(중)
교육 과정 성취 기준	[9수01-07] 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

수정 전

다음을 만족시키는 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

· $\sqrt{7^2}-\sqrt{(-3)^2}=a$　　　· $(\sqrt{10})^2\times\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=b$

검토의견

보통 box 제시문이 주어질 때는 하나(혹은 2개)의 수학적 대상이 box에 제시된 상황을 동시에 만족시킬 때이다. 이 문제는 두 수 a, b가 box에 제시된 조건을 만족시키는 상황이 아니라 box 제시문이 적절하지 않다.

○ **교수학습 방법 및 유의 사항**

제곱근과 무리수는 피타고라스 정리를 이용하여 도입할 수 있다.

수정 후

$\sqrt{7^2}-\sqrt{(-3)^2}+(\sqrt{10})^2\times\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ 의 값은?

반영 내용

box 제시문 형태를 없애고, 두 식의 값을 굳이 불필요한 문자를 사용하여 복잡하게 보이는 문제 형태를 제곱근의 성질을 이해하는가를 간단히 묻는 발문의 형태로 문제를 변경하였다.

불필요한 자료가 구성되거나 조건이 부족한 사례 ②

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다.

수정 전

$x^2-ax+1=0$이 서로 다른 두 실근 α, β를 가질 때, <보기>에서 옳은 것을 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\alpha^2+\beta^2<2$

ㄴ. $\alpha>1$이면 $0<\beta<1$이다.

ㄷ. $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은 $x^2-ax+1=0$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

검토의견

a가 상수라는 조건이 없어서 $x^2-ax+1=0$이 x에 대한 방정식인지 또는 이차방정식인지에 대한 보장이 없다. a가 변수가 된다면 주어진 방정식은 다양한 차수의 방정식이 될 수 있고, 이차방정식이라고 명시했어도 다양한 형태의 방정식으로 구성이 될 여지가 있으므로 a의 조건을 제시해야 한다.

또한, 합답형 문항에서 '<보기>에서 옳은 것을 고른 것은?'이라는 발문은 출제자가 의도하지 않았던 답까지 정답으로 처리될 여지가 있으므로 일반적인 형태의 발문으로 수정해야 한다.

수정 후

이차방정식 $x^2 - ax + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근 α, β 를 가질 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 상수이다.)

<보기>

ㄱ. $\alpha^2 + \beta^2 < 2$

ㄴ. $\alpha > 1$ 이면 $0 < \beta < 1$ 이다.

ㄷ. $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 - ax + 1 = 0$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

반영 내용

a 가 상수임을 명시하여 주어진 이차방정식이 x 에 대한 이차방정식임을 분명히 하였고, '<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?'으로 발문을 수정하여 옳은 기호는 모두 고르고, 옳지 않은 기호는 고르지 않도록 조건을 수정하였다.

핵심이 되는 조건의 누락으로 정답의 유일성이 보장되지 않는 사례 ①

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다.

수정 전

이차방정식 $x^2+2x+2=0$의 한 근이 $a+bi$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

검토의견

이차방정식의 허근을 구하는 문제이고 실수부분과 허수부분을 찾아야 한다. 하지만 a, b가 실수라는 조건이 없어서 a와 b의 값을 하나로 결정할 수 없다.
예) $a=i$, $b=i$라면 $a+bi=i-1$이 되어 주어진 이차방정식의 근이 된다.

수정 후

이차방정식 $x^2+2x+2=0$의 한 근이 $a+bi$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.
(단, a, b는 실수이고, $i=\sqrt{-1}$이다.)

반영 내용

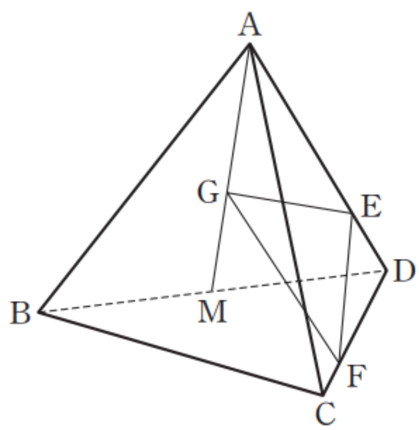
$a+bi=c+di$에서 $a=c$, $b=d$이기 위해서는 a, b, c, d가 모두 실수라는 조건이 있어야 한다.
미지수와 관련된 문제는 문제에 제시된 조건이 답을 결정하기에 충분한지를 살펴보아야 한다.

핵심이 되는 조건의 누락으로 정답의 유일성이 보장되지 않는 사례 ②

교과목	기하
교육 과정 성취 기준	[12기하03-03] 정사영의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

수정 전

그림과 같이 한 모서리의 길이가 8인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 $3:1$로 내분하는 점을 E, 선분 CD를 $1:3$으로 내분하는 점을 F, 선분 BD의 중점을 M이라 하고, 선분 AM을 $3:2$로 내분하는 점을 G라 하자. 삼각형 ABC의 평면 EFG 위로의 정사영의 넓이는 $\dfrac{p}{q}\sqrt{19}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 상수이다.)

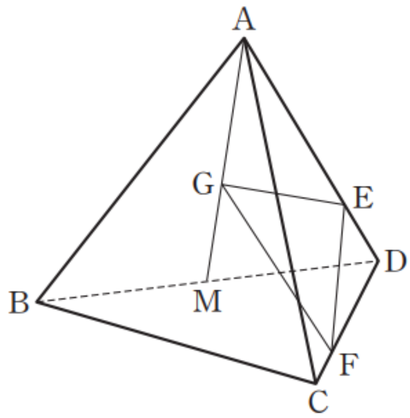


검토의견

삼각형 ABC의 평면 EFG 위로의 정사영의 넓이는 $\dfrac{80}{57}\sqrt{19}$이다. 이때 p와 q가 아무 조건이 없는 상수이므로 $p=80$, $q=57$이 아니더라도 $p=\dfrac{80}{57}$, $q=1$와 같은 무수히 많은 값을 취할 수 있다.

수정 후

그림과 같이 한 모서리의 길이가 8인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 $3:1$로 내분하는 점을 E, 선분 CD를 $1:3$으로 내분하는 점을 F, 선분 BD의 중점을 M이라 하고, 선분 AM을 $3:2$로 내분하는 점을 G라 하자. 삼각형 ABC의 평면 EFG 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{p}{q}\sqrt{19}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



반영 내용

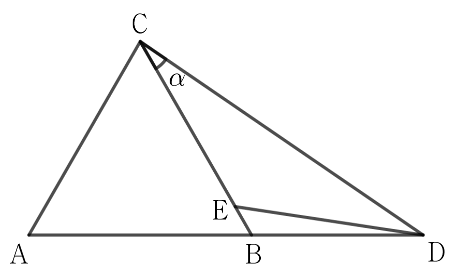
$\frac{80}{57}\sqrt{19}=\frac{p}{q}\sqrt{19}$인 상수 p와 q의 값을 특정하기 위해서 $\frac{p}{q}$는 유리수이어야 하고, 기약분수가 되어야 한다. p, q가 서로소인 자연수라는 조건을 추가하여 정사영의 넓이를 바르게 구한 학생이 발문에 맞추어 정해진 답을 찾을 수 있도록 수정하였다.

문항을 명료화하기 위해 조건 수정이 필요한 사례 ①

교과목	미적분
교육 과정 성취 기준	[12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.

수정 전

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위의 점 D에 대하여 $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{DE}}$인 선분 BC 위의 점을 E라 하고, $\angle\,\mathrm{ECD}=\alpha$라 하자. $\cos^2\alpha=\dfrac{7+\sqrt{21}}{14}$일 때, $\tan(\angle\,\mathrm{EDB})$의 값은? (단, $\overline{\mathrm{BD}}<\overline{\mathrm{AB}}<\overline{\mathrm{AD}}$)



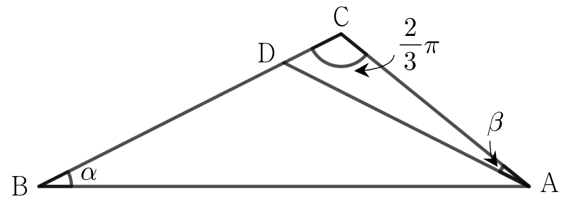
[선지(답지) 생략]

검토의견

삼각함수의 덧셈정리를 활용하여 구하는 값을 추론하는 문항이다. 이 문항에서 정삼각형 ABC는 $\angle\,\mathrm{CBD}=\dfrac{2}{3}\pi$를 구하는 것 외에는 사용되지 않는 요소이다. 평가하고자 하는 요소와 큰 관련이 없기 때문에 문항의 가독성을 높이고 명료화하기 위해 조건을 수정할 필요가 있다.

수정 후

그림과 같이 $\angle \mathrm{BCA} = \frac{2}{3}\pi$ 이고, $\overline{\mathrm{AB}} > \overline{\mathrm{AC}}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{AD}}$ 인 선분 BC 위의 점 D 에 대하여 $\angle \mathrm{CBA} = \alpha$, $\angle \mathrm{CAD} = \beta$ 라 하자. $\cos^2\alpha = \frac{7+\sqrt{21}}{14}$ 일 때, $54\sqrt{3} \times \tan\beta$ 의 값은?



[선지(답지) 생략]

반영 내용

조건으로 제시된 정삼각형에 대한 설명을 삭제하고, $\angle \mathrm{BCA} = \frac{2}{3}\pi$ 를 직접 조건으로 제시하면서 평가 요소를 명료화하였다.

문항을 명료화하기 위해 조건 수정이 필요한 사례 ②

교과목	미적분
교육 과정 성취 기준	[12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

수정 전

함수 $f(x)=x^2+ax+b$ (a, b는 서로 다른 실수)에 대하여

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ f'(x)e^{-\frac{x}{2}} & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 $g(x)=||h(x)|+h(x)+t|$는 실수 전체의 집합에서 연속인 함수일 때, 함수 $g(x)$의 미분불가능한 점의 개수를 $p(t)$라 하자.

$t=-3$일 때, $p(t)$는 최솟값 k를 갖는다. $k+h(-3)$의 값을 구하시오.

검토의견

문제의 상황을 구성하기 위해서 $f(x)$, $h(x)$, $g(x)$, $p(t)$의 네 함수를 제시하고 있고, $g(x)$를 정의하기 위해서 절댓값이 이중으로 들어 있는 복잡한 식을 사용하고 있다. 문항의 가독성을 높이고 명료화하기 위해 조건을 수정할 필요가 있다.

수정 후

0이 아닌 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+a & (x<0) \\ (2x-a)e^{-\frac{x}{2}} & (x\geq 0) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} |t| & (f(x)<0) \\ |2f(x)+t| & (f(x)\geq 0) \end{cases} \quad (t\text{는 실수})$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고, $g(x)$가 미분가능하지 않은 x의 개수가 3일 때, $g(a+t)$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x\to\infty} x e^{-\frac{x}{2}}=0$)

반영 내용

문제풀이 과정에서 구별이 필요하지 않았던 두 문자 a, b를 한 문자 a로 통일하였다.
함수 $y=x^2-ax+a$의 도함수를 구하는 과정이 문항의 해결 요소로 큰 역할을 하지 않으므로 $f(x)$를 위 문제와 같이 직접적으로 제시하였고, 절댓값이 이중으로 들어 있던 함수식은 $f(x)$의 값의 크기에 따라 정의될 수 있도록 변경하여 가독성을 높였다. 또한, 미분가능하지 않는 점의 개수를 새로운 함수로 제시하는 것보다 특정 상황을 조건으로 제시하여 평가 요소를 명료화하였다.

적절하지 못한 발문(용어)을 포함하는 사례 ①

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다.

수정 전

이차방정식 $x^2-(a+1)x+2a+4=0$이 3보다 큰 근과 3보다 작은 근을 갖도록 하는 상수 a의 값을 구하시오.

검토의견

'값'은 문자나 대상이 될 수 있는 수를 나타내고, '값의 범위'는 문자나 대상이 취할 수 있는 값의 영역을 의미한다. 주어진 관계를 만족하는 상수 a는 $a>10$이라는 조건을 갖게 된다. 상수 a의 값을 특정할 수 없으므로 '값을 구하시오'가 아닌 상황에 부합하는 바른 표현을 사용할 필요가 있다.

수정 후

이차방정식 $x^2-(a+1)x+2a+4=0$이 3보다 큰 근과 3보다 작은 근을 갖도록 하는 상수 a의 값의 범위를 구하시오.

반영 내용

주어진 조건을 만족하는 상수 a는 $a>10$이라는 영역의 값을 모두 취하고 있으므로 '값을 구하시오.'가 아닌 '값의 범위를 구하시오.'로 수정함으로써 풀이의 결과와 일치되도록 하였다.

적절하지 못한 발문(용어)을 포함하는 사례 ②

교과목	미적분
교육 과정 성취 기준	[12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

수정 전

곡선 $y=\frac{1}{x}\ (x>0)$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 A라 하자. 곡선 $y=\frac{1}{x}\ (x>0)$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=a$로 둘러싸인 도형의 넓이가 $2A$일 때, 양수 a의 값을 구하시오.

검토의견

주어진 조건을 만족시키는 a의 값은 $a=4$, $a=\frac{1}{4}$이다. 일반적으로 'a의 값을 구하시오'라고 하면 주어진 조건을 만족시키는 a의 값을 하나만 구해도 발문에 충실히 답을 했다고 볼 수 있기 때문에 출제자의 의도를 반영하기에는 부족함이 있다.

수정 후

곡선 $y=\frac{1}{x}\ (x>0)$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이를 A라 하자. 곡선 $y=\frac{1}{x}\ (x>0)$과 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=a$로 둘러싸인 도형의 넓이가 $2A$일 때, 양수 a의 값을 모두 구하시오.

반영 내용

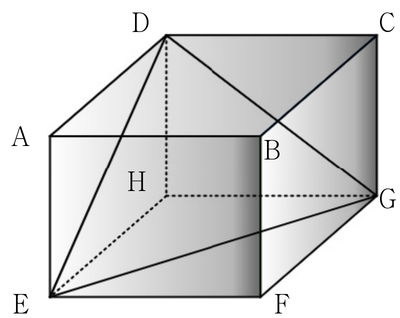
조건을 만족시키는 경우가 하나가 아닌 여러 개가 나오는 경우 '모든 a의 값을 구하시오.' 또는 'a의 값을 모두 구하시오.'와 같이 발문을 구체적으로 할 필요가 있다.

도형과 관련된 오해를 일으키는 사례 ①

교과목	기하
교육 과정 성취 기준	[12기하03-02] 삼수선의 정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

수정 전

그림과 같은 직육면체에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=4$, $\overline{AE}=2$일 때, 삼각형 DEG의 넓이는?



[선지(답지) 생략]

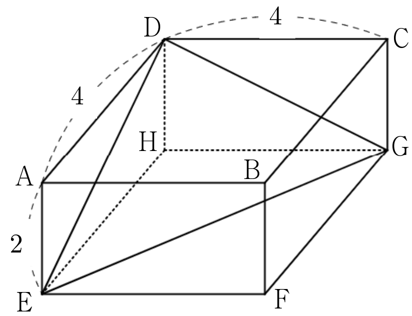
검토의견

위 도형은 $\overline{AE}=2$와 $\overline{AB}=4$인 두 길이 사이의 비율을 반영하지 못하고 있다. 주어진 조건과 다른 왜곡된 그래프와 도형을 보고 문항을 풀이하는 학생들은 왜곡된 도형을 통해서 잘못된 결과를 도출할 가능성을 항상 가지게 된다.

이러한 실측비와 다른 도형이 제시되는 경우는 기존의 다른 문제의 도형을 그대로 가져오거나 스캔한 후 숫자를 조정하는 등의 과정에서 발생하기도 한다.

수정 후

그림과 같은 직육면체에서 $\overline{AD}=\overline{CD}=4$, $\overline{AE}=2$일 때, 삼각형 DEG의 넓이는?



[선지(답지) 생략]

반영 내용

공학적 도구를 이용하여 실측비 $\overline{AB}:\overline{AE}=2:1$가 반영된 도형을 제시함으로써 출제의도에 맞는 추론과정을 학생들에게 요구할 수 있다.

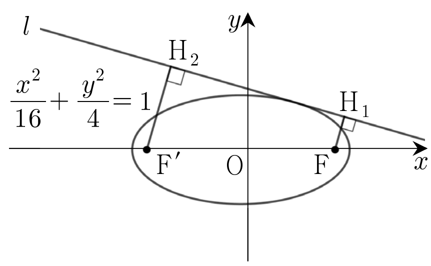
교사의 의도가 담긴 추론과정을 이끌어 낼 수 있는 도형이나 그래프를 학생들에게 제공한다는 것은 신뢰도 높은 문항을 제작함에 있어서 중요한 요소이다.

도형과 관련된 오해를 일으키는 사례 ②

교과목	기하
교육 과정 성취 기준	[12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.

수정 전

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 위의 점 $(2,\ \sqrt{3})$에서의 접선을 l이라고 하자. 두 점 F, F'에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2라고 할 때, $\overline{\mathrm{FH}_1}=\dfrac{a+b\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$이라 한다. $a+b$의 값은?



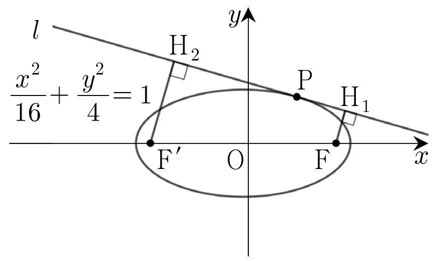
[선지(답지) 생략]

검토의견

조건으로 제시된 점 $(2,\ \sqrt{3})$이 그래프 상에 존재하지 않으며, 그림에 제시된 점 H_2와 F'은 문항과 아무런 관련성이 없는 점이다. 제시된 조건과 그래프에 나타난 정보의 불일치로 문제를 이해하고 해결함에 있어서 혼란이 생길 가능성이 상당히 높다.

수정 후

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(2,\ \sqrt{3})$에서의 접선을 l이라고 하자. 두 점 F, F'에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2라고 할 때, $\overline{\mathrm{FH}_1}+\overline{\mathrm{F'H}_2}=\frac{a}{b}\sqrt{13}$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)



[선지(답지) 생략]

반영 내용

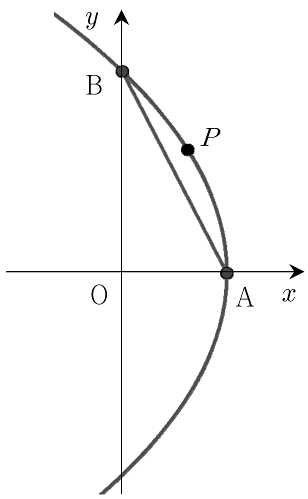
조건으로 제시된 $(2,\ \sqrt{3})$를 P라 지칭하고 그래프 위에 이를 표시하였고, 조건으로 제시된 문자들이 발문의 과정에서 유의미한 정보로 사용되고 문제해결의 과정에서도 활용되도록 구하는 값을 수정하였다. 또한, 두 상수 a, b에 구체적인 조건을 부여하여 a와 b의 값이 유일하게 결정되도록 문항을 수정하였다.

수학 기호 표기 및 문항 서술 방식의 오류가 있는 사례 ①

교과목	기하
교육 과정 성취 기준	[12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다.

수정 전

포물선 $y^2 = -4(x-1)$ 이 x 축, y 축의 양의 부분과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 이 포물선의 제1 사분면 위의 한 점을 P 라고 할 때, $\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은?
(단, 점 O 는 원점이다.)



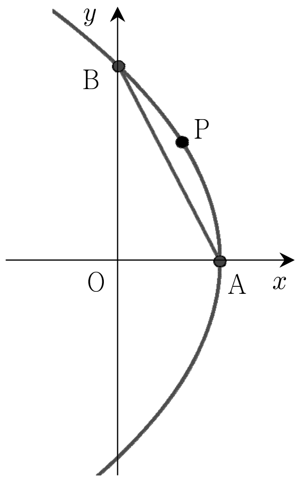
[선지(답지) 생략]

검토의견

그래프와 도형에서 모든 점과 꼭짓점은 로마체로 표기해야 한다. 위 문항은 서술 과정에서 로마체 A, B, P 와 이탤릭체 A, B, P 를 혼용하여 사용하고 있다. 교사의 의도가 학생에게 정확하게 전달되지 못하여 부적절한 오해의 가능성이 존재하는 문항이다.

수정 후

포물선 $y^2=-4(x-1)$이 x축, y축의 양의 부분과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 이 포물선의 제1사분면 위의 한 점을 P라고 할 때, 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값은?
(단, 점 O는 원점이다.)



[선지(답지) 생략]

반영 내용

그래프와 도형에서 모든 점과 꼭짓점을 로마체로 수정하였다. 이탤릭체인 P는 수식 창(Ctrl+N, M)에서 P 앞에 'rm'을 입력하여 로마체 P로 수정할 수 있다.
$\triangle ABP$에서 A, B, P는 꼭짓점을 나타내는 문자이므로 로마체로 변경하여 삼각형 ABP로 수정하였다.

수학 기호 표기 및 문항 서술 방식의 오류가 있는 사례 ②

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-11] 이차함수의 최대, 최소를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

수정 전

$\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{AD}}=4$인 직사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD 위의 B, D가 아닌 점 P에서 변 AB 위에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{PA^2}+\overline{PH^2}$의 최솟값은?

[선지(답지) 생략]

검토의견

선분의 길이의 제곱의 표현을 $\overline{\mathrm{PA}}^2$이 아닌 $\overline{\mathrm{PA}^2}$으로 표현하는 사례가 자주 발견된다. 수학 기호의 표현은 정확해야 하며 또한 잘못된 수학 기호의 표현으로 학생들에게 오개념을 심어줄 수도 있다.

○ **교수·학습 및 유의 사항**

이차함수의 최댓값과 최솟값은 실수 전체의 범위뿐만 아니라, 제한된 범위($a \le x \le b$)에서도 구하게 한다.

수정 후

$\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{AD}}=4$인 직사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD 위의 B, D가 아닌 점 P에서 변 AB 위에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PH}}^2$의 최솟값은?

[선지(답지) 생략]

반영 내용

선분의 길이의 제곱의 표현을 $\overline{\mathrm{PA}}^2$과 같이 바르게 수정하였고, 선분을 나타내는 수식에서도 이탤릭체로 표현된 부분을 로마체로 수정하였다.

수학 기호 표기 및 문항 서술 방식의 오류가 있는 사례 ③

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학03-01] 집합의 개념을 이해하고, 집합을 표현할 수 있다.

수정 전

집합 $A = \{\varnothing, 0, 1, \{0, 1\}\}$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① $\phi \in$ A ② {0, 1}$\not\subset$ A ③ {0, 1}$\in \mathrm{A}$ ④ 0$\in \mathrm{A}$ ⑤ $\phi \subset A$

검토의견

흔글프로그램을 이용한 문항편집을 할 때 숫자는 모두 수식편집기를 이용해서 작성한다. 같은 숫자와 같은 문자를 똑같은 크기를 사용하더라도 수식편집기를 사용한 경우와 사용하지 않은 경우는 다소 이질감이 느껴진다. 특히, 문제와 답지의 수나 문자표기가 달라 보이면 정답이 없는 것처럼 느껴질 수 있다.

○ **교수·학습 및 유의 사항**

집합의 개념이나 집합의 포함관계는 개념을 이해하는 수준에서 간단히 평가한다.

수정 후

집합 $A = \{\varnothing, 0, 1, \{0, 1\}\}$에 대한 설명으로 옳지 **<u>않은</u>** 것은?

① $\varnothing \in A$ ② $\{0, 1\} \not\subset A$ ③ $\{0, 1\} \in A$ ④ $0 \in A$ ⑤ $\varnothing \subset A$

반영 내용

같은 숫자와 같은 문자는 수식편집기를 이용하여 같은 글자체(로마체 또는 이탤릭체)로 작성하고, 수식에서 사용되는 공집합의 기호는 ϕ가 아니라 $\varnothing$이다. 형식의 통일을 통해서 학생들이 문제를 편하게 푸는 데 도움을 주어야 한다.

문항의 질문 형태로 부정문을 사용하였으므로 학생의 주의를 환기시키기 위하여 밑줄을 긋고 진하게 표시하였다.

불분명한 용어나 모호한 표현을 사용한 사례 ①

교과목	확률과 통계
교육 과정 성취 기준	[12확통01-01] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.

수정 전

빨간색과 파란색을 포함한 서로 다른 6개의 색을 모두 사용하여 날개가 6개인 바람개비에 칠하려고 한다. 빨간색과 파란색을 맞은 편의 날개에 칠하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

검토의견

'날개가 6개인 바람개비에 칠한다'는 표현은 날개가 아닌 몸통 부분에도 색을 칠할 수 있다는 오해를 불러일으킬 수 있다.
'맞은 편'이라는 용어를 어떻게 해석하는가에 따라 정답이 여러 개 생길 수 있다. 예를 들어 날개 1개를 정했을 때, 그 날개의 맞은 편 날개의 수가 3개가 될 수 있다.
각 날개에 칠해지는 색이 여러 개가 되지 않도록 문장을 새롭게 구성할 필요가 있다.

○ **교수·학습 및 유의 사항**
'염주순열'과 '같은 것이 있는 원순열'은 다루지 않는다.

수정 후

빨간색과 파란색을 포함한 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여, 날개가 6개인 바람개비의 각 날개에 색칠하려고 한다. 빨간색과 파란색을 서로 맞은 편의 날개에 칠하는 경우의 수는? (단, 각 날개에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

반영 내용

날개가 아닌 몸통 부분에도 색을 칠할 수 있다는 오해를 하지 않도록 문장을 새롭게 구성할 필요가 있다. '바람개비의 각 날개에 색칠'한다고 문장을 수정하였고, '맞은 편'이 아닌 '서로 맞은 편'이라는 구체적인 용어표현으로 바꾸어 다의적 해석이 가능하지 않도록 수정하였다.
'각 날개에는 한 가지 색만 칠한다'는 문장을 추가하여 불필요한 오해와 잘못된 해석을 유발할 수 있는 사항을 수정하였다.

불분명한 용어나 모호한 표현을 사용한 사례 ②

교과목	확률과 통계
교육 과정 성취 기준	[12확통01-01] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.

수정 전

할아버지, 할머니를 포함한 8명의 가족이 원형 식탁에 둘러앉아 식사를 할 때, 할머니와 할아버지가 서로 마주 보고 앉는 경우의 수는?

[선지(답지) 생략]

검토의견

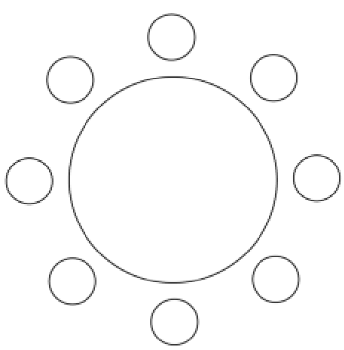
원형 식탁에 둘러앉는 경우가 반드시 일정한 간격으로 앉는다는 말을 뜻하는 것은 아니다. 원형 탁자에 의자 8개의 간격을 조절하여 배치하면 전혀 다른 경우의 수가 나오게 된다. 또한, 원형탁자라고 하더라도 탁자 주변의 사물을 기준으로 했을 때는 원형 탁자에 앉은 8명의 배치를 약간만 회전하더라도 다른 배치가 될 수 있으므로 이러한 모호한 표현은 여지가 남지 않도록 분명히 할 필요가 있다.

○ **교수·학습 및 유의 사항**

'염주순열'과 '같은 것이 있는 원순열'은 다루지 않는다.

수정 후

할아버지, 할머니를 포함한 8명의 가족이 일정한 간격을 두고 원 모양의 식탁에 모두 둘러앉을 때, 할아버지와 할머니가 서로 마주 보고 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



[선지(답지) 생략]

반영 내용

실생활의 소재를 이용한 경우의 수를 구하는 문항을 출제할 때는 출제자가 고려하고자 하는 상황 이외의 다양한 상황에 대한 가능성을 배제하도록 문항을 서술할 필요가 있다. 원순열과 관련된 문항을 서술할 때는 ‘일정한 간격으로 놓여있다.’는 표현을 넣거나 그림을 제시해 주어 혼란을 줄일 수 있다. 또한, ‘회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.’라는 조건을 반드시 서술하여 출제의도에 맞는 풀이를 할 수 있도록 문항을 작성해야 한다.

선다형 문항으로서 오답 매력도가 떨어지는 문항 사례 ①

교과목	수학 I
교육 과정 성취 기준	[12수학 I 01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

수정 전

$\log_2 a = 2$를 만족시키는 a의 값은? (단, $a > 0$)

① -4 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

검토의견

주어진 조건을 이용해서 문제를 해결하면 답을 구하는데 문제가 없다. 하지만 답지에 있는 수 중에서 조건 $a > 0$을 벗어나는 것은 정답이 아님을 쉽게 알 수 있으므로 5지선다형이 아니라 3지선다형 문제가 된 것이다.

수정 후

$\log_2 a = 2$를 만족시키는 a의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

반영 내용

답지의 매력도가 높아질 수 있도록 주어진 조건 $a > 0$을 만족하는 수로 답지를 구성하여 문제를 변경하였다.

선다형 문항으로서 오답 매력도가 떨어지는 문항 사례 ②

교과목	수학
교육 과정 성취 기준	[10수학01-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다.

수정 전

두 실수 a, k에 대하여 이차함수 $y=(x-a)^2+k$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{\mathrm{AB}}=2$일 때, k의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

검토의견

이차함수가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점인 $(a,\ k)$가 x축 아래에 있어야 한다. 즉 $k<0$이어야 하므로 조건 $\overline{\mathrm{AB}}=2$를 사용하지 않더라도 답지에서 답이 정해진다.

수정 후

두 실수 a, k에 대하여 이차함수 $y=(x-a)^2+k$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{\mathrm{AB}}=2$일 때, k의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

반영 내용

문제에서 제시된 여러 조건을 사용하여 k의 값을 절차적으로 바르게 찾아갔을 때 답지 중 하나로 정답이 결정될 수 있도록 답지를 구성하였다.

문항 작성의 기본적인 서식에 어긋난 사례 ①

교과목	수학 I
교육 과정 성취 기준	[12수학 I 01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

수정 전

함수 $f(x)=\log_{2}\left(1+\frac{1}{x}\right)$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} f(k)=4$일 때, 자연수 n의 값을 구하면?

[선지(답지) 생략]

검토의견

선다형 문항의 발문은 불완전형의 의문문으로 끝을 맺는 형태로 진술한다. 서술형(주관식) 문항의 발문은 완전한 형태의 문장으로 끝나도록 하되, '~의 값을 구하시오.' 등의 두루 높임형('하시오'체)의 어미를 사용한다.

○ **평가 방법 및 유의 사항**

지수와 로그의 성질에 대한 평가에서는 지수와 로그의 기본 성질을 이해하고 활용할 수 있는 능력을 평가하는 데 중점을 두고, 지나치게 복잡한 계산을 포함하는 문제는 다루지 않는다.

수정 후

함수 $f(x)=\log_{2}\left(1+\frac{1}{x}\right)$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} f(k)=4$일 때, 자연수 n의 값은?

[선지(답지) 생략]

반영 내용

선다형 문항의 발문 작성 원리에 맞춰서 '자연수 n의 값을 구하면?'을 '자연수 n의 값은?'과 같이 불완전형의 의문문으로 수정하였다. 이 문항이 서술형(주관식) 문항으로 출제된다면 '자연수 n의 값을 구하시오.'와 같이 두루 높임형의 어미로 작성하면 된다.

문항 작성의 기본적인 서식에 어긋난 사례 ②

교과목	미적분
교육 과정 성취 기준	[12미적01-01] 수열의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다.

수정 전

보기 중 극한값이 바르게 계산된 것을 모두 고른 것은?

<보기>

㉠ $\lim_{n\to\infty}\frac{2n-1}{4n-3}=\frac{1}{3}$

㉡ $\lim_{n\to\infty}\frac{2n-1}{2n+1}=1$

㉢ $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n}\right)=1$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡

검토의견

특정 내용이나 항목을 선택하는 합답형 문항은 <보기>표시를 하고, <보기>안의 내용 항목 기호를 ㄱ, ㄴ, ㄷ, … 등으로 표기하는 것을 원칙으로 한다.
합답형 문항에서 ‘<보기>에서 바르게 계산된 것을 모두 고른 것은?’이라는 발문은 출제자가 의도하지 않았던 답까지 정답으로 처리될 여지가 있으므로 일반적인 형태의 발문으로 수정해야 한다. 위 문제의 옳은 기호는 ㉡ 뿐이지만, ‘바르게 계산된 것을 모두 고른 것은?’에 부합하는 답지는 ㉡을 포함하는 ④를 제외한 모든 답지에 해당한다.
또한, <보기> 제시문 내용은 일정한 체계나 순서를 따라 배열하되, 논리적인 순서가 없을 경우에는 길이 순으로 배열하여 가독성을 높인다.

○ 교수·학습 및 유의 사항

수열의 극한에 대한 정의와 성질은 직관적으로 이해하는 수준에서 다룬다.

수정 후

극한값의 계산 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\lim_{n\to\infty}\frac{2n-1}{4n-3}=\frac{1}{3}$

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}\frac{2n-1}{2n+1}=1$

ㄷ. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n}\right)=1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

반영 내용

동일한 것을 지칭하는 기호나 용어는 같은 표현을 써야 하므로 ‘<보기>’로 통일해서 기재하였다. 잘못된 질문으로 출제의도와 다른 답을 학생들이 표시하는 것을 방지하고자 ‘<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?’으로 발문을 수정하여 반드시 옳은 항목인 ㄴ만 선택된 답지를 고를 수 있도록 하였다. 또한 ㉠, ㉡, ㉢로 표현된 <보기>의 항목을 일반적인 형식인 ㄱ, ㄴ, ㄷ으로 수정하였고, 답지의 나열도 답지의 길이를 고려하여 재배치하여 가독성을 높일 수 있도록 수정하였다.

[부록]

1. 대학수학능력시험 수학 영역의 문항 유형
2. 수식 작성의 기본 원리
3. 한컴오피스 ᄒᆞᆫ(HWP) 수식 편집 Tip
4. 평가 문항 그래프 및 도형 그리기 도움자료

1 대학수학능력시험 수학 영역의 문항 유형

대학수학능력시험의 수학 영역에서는 채점의 객관성과 용이성을 목적으로 5지 선다형 문항 유형을 채택하여 출제하고 있으며 또한 추측에 의하여 답을 맞히는 확률을 최소화하기 위하여 단답형 문항을 포함하고 있다. 그 문항의 유형은 다음과 같다.

1) 정답형

여러 답지 중에서 하나만이 정답이고 나머지는 오답인 문항 형식이다.

2) 합답형

<보기>에 제시된 여러 개의 선택지 중, 하나 또는 둘 이상을 합해서 정답이 되는 형식이다. 선택지 중 하나만 알아서는 안 되며, 여러 개를 종합적으로 알아야 한다. 합답형은 '합해진 선택지 세트'에 대해서 정답으로 채점한다는 점에서 답지에 정답이 여러 개인 다답형과 차이가 있다.

3) 부정형

답지 중 한 개는 '거짓'인 항목을 주고, 그것을 선택하게 하는 방법이다. 이 형식을 사용할 때에는 반드시 부정적 표현의 어구에 밑줄을 긋거나 다른 방법으로 주의를 환기시켜야 한다.

4) 완성형

진술문의 일부분(단어, 어구, 숫자, 기호 또는 문장 등)을 비워 놓고 정답으로 채우게 하는 문항 유형이다. 문두는 다음과 같이 한다.

- (가), (나)에 들어갈 식(또는 값)으로 옳은 것은?
- (가), (나)에 들어갈 식(또는 값)을 <보기>에서 고른 것은?

5) 단답형

주어진 계산 문제를 풀고 정답을 기입하도록 하는 문항 형식이다.

2 수식 작성의 기본 원리

수학에서는 문자가 여러 가지 역할을 할 수 있으며 이런 문자들은 기호, 변수, 상수, 함수 등으로 다양한 의미를 가진다. 특히, 수식을 다루는 문서나 글에서는 그 의미를 구분하기 위해서 다양한 기호나 글꼴(로마체 또는 이탤릭체)을 사용한다.

국제표준화기구(International Organization for Standardization, IOS)에서 제시한 '수학적 표기법과 관련된 양과 그 단위'에 대한 표준(ISO 80000-2:2019)에서는 수학에서 사용되는 문자, 기호, 표현 등에 대한 일관된 규칙을 제시한다.

평가문항 제작과정 중 수식 작성에 있어서 로마체(Roman)와 이탤릭체(Italics)의 정확한 구분은 수학적 의미의 명확성과 전문성을 제공할 수 있으며, 이를 통해 학생들은 문맥상의 혼란을 겪지 않고 수학적 개념을 명확하게 이해할 수 있다. 그러므로 평가 문항 제작과정에 로마체와 이탤릭체 사용의 일반적인 규칙을 반영하는 것은 상당히 중요하다고 할 수 있다.

다음은 교수학습 과정 및 평가 과정에서 수식을 작성할 때의 일반적인 규칙이다.

가. 모든 수(답지도 포함)는 수식에서 편집한다. (예) 1 (X), 1 (O)

나. 수학적 변수, 식, 집합, 도형의 이름 등을 나타낼 때 : 이탤릭체로 나타낸다.

변수	식	집합
임의의 실수 t	다항식 $A=x+1$	집합 A
사건	**각**	**도형의 이름**
사건 A	$\sin A$	원 O, 곡선 C

다. 점, 확률 및 통계 기호, 특정한 함수, 단위 등을 나타낼 때 : 로마체로 나타낸다.

점	선분	확률 및 통계
점 A	선분 AB, $\overline{\mathrm{AB}}$	$\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{E}(X)$

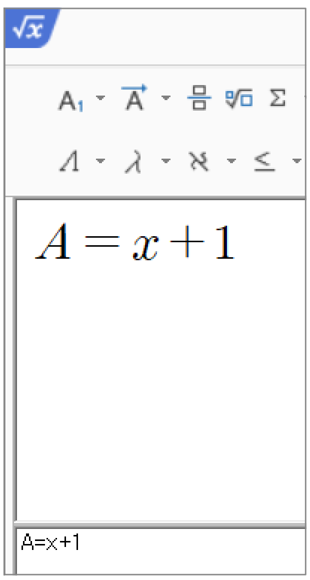
특정한 함수	단위
$\sin$, $\cos$, $\tan$	km, $\mathrm{m/s}$

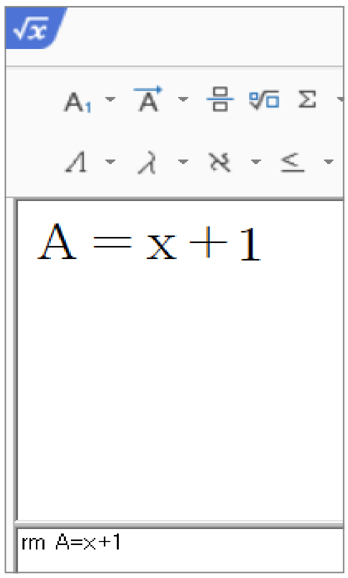
3 한컴오피스 ᄒᆞᆫ(HWP)에서의 수식 편집 Tip

가. 로마체(Roman) 또는 이탤릭체(Italics)로 변경하는 방법

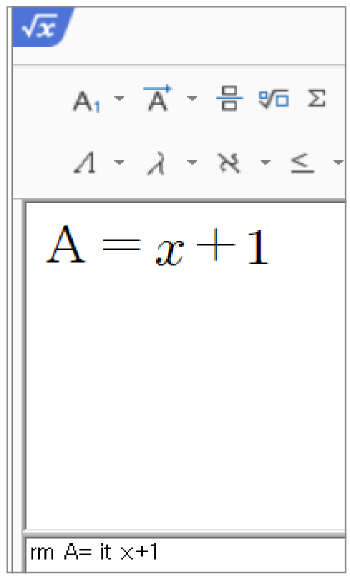
수식창에서 별도의 명령어를 입력하지 않으면 수식은 이탤릭체로 작성된다. 필요에 의해서 로마체를 사용해야 할 때에는 로마체로 작성하고자 하는 문자 앞에 '**rm**'을 입력하면 '**rm**'이후의 문자는 로마체로 작성된다.

또한, 다시 이탤릭체로 작성하기 위해서는 문자 앞에 '**it**'를 입력하면 된다.





[A 앞에 rm 입력]



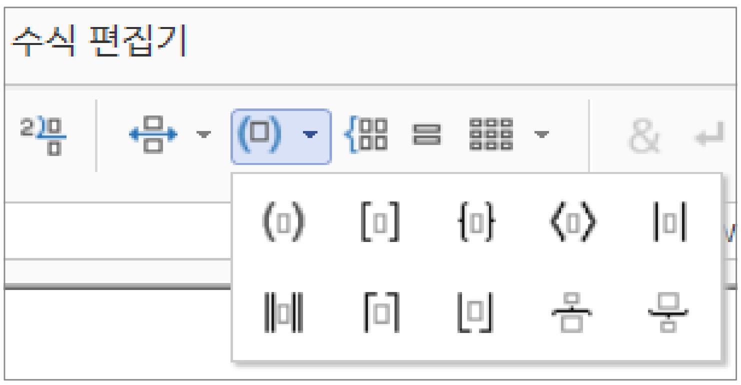
[x 앞에 it 입력]

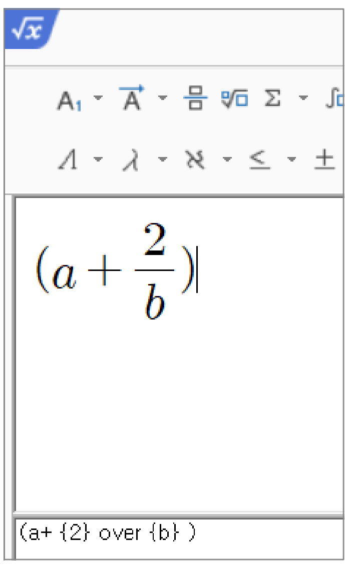
나. 괄호를 수식의 크기에 맞춰서 변경하는 방법

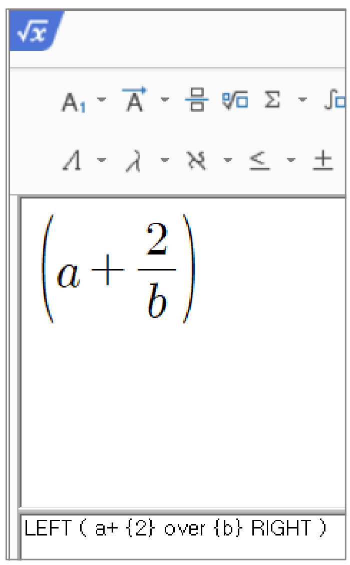
키보드의 '(', ')' 기호를 이용하여 괄호를 작성하면 분수꼴 또는 지수꼴 등과 같이 세로의 길이가 긴 수식을 품는 괄호로 작성되지 않는다.

이런 경우는 기호창에서 괄호 기호를 직접 누르거나 아래의 스크립트 입력창에 **'left(', ' right)'**를 입력하거나 단축키 **'Ctrl+9'**를 눌러서 괄호 안의 수식의 세로 길이에 맞는 괄호를 입력할 수 있다.

[예] $(\frac{1}{2})$를 $\left(\frac{1}{2}\right)$와 같이 변경할 수 있다.



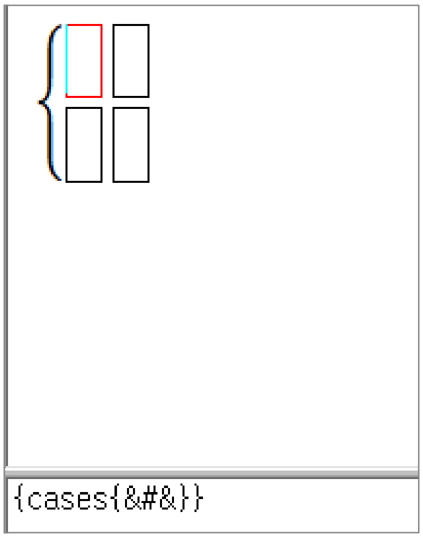


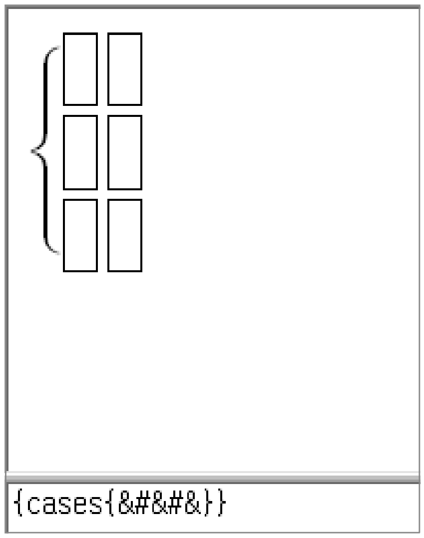


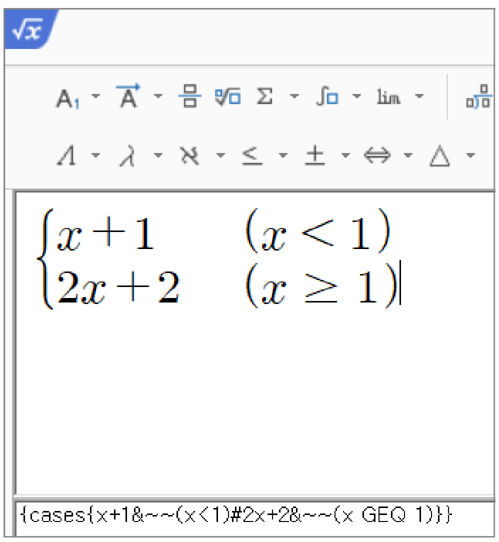
다. 연립방정식 형태의 행(세로줄) 늘리는 방법

식이 3개 이상인 연립방정식을 입력하거나, 함수 또는 수열을 세 개 이상의 조건으로 정의하는 등의 필요가 있을 때는 수식창에서 기본적으로 제공되는 행(세로줄)의 개수를 늘려주면 된다. 행의 개수를 늘리기 위해서는 아래 스크립트 입력 창의 & 뒤에 '**#&**'를 입력하면 된다.

참고로 단축키 '**Ctrl+0**'(0은 숫자)을 누르면 경우를 나누는 기본 수식꼴을 만들 수 있다.



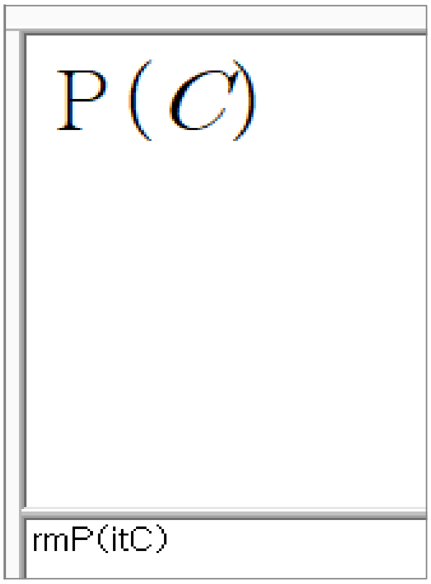


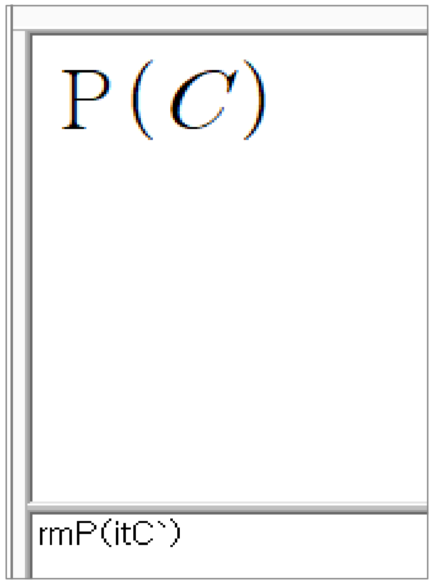


라. 지나치게 붙어 있는 수식 사이의 간격을 벌리는 방법

수식에서 문자(또는 기호)와 문자(또는 기호) 사이의 간격을 띄우고 싶을 때는 ‘`’을 입력하여 간격을 띄울 수 있다.

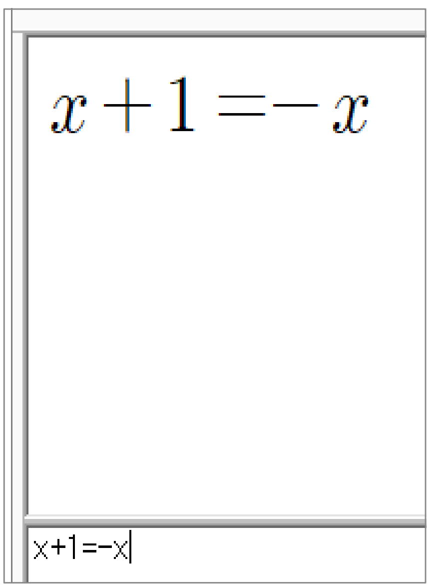
[예] $\mathrm{P}(C)$를 $\mathrm{P}(C\ )$와 같이 간격 띄우기

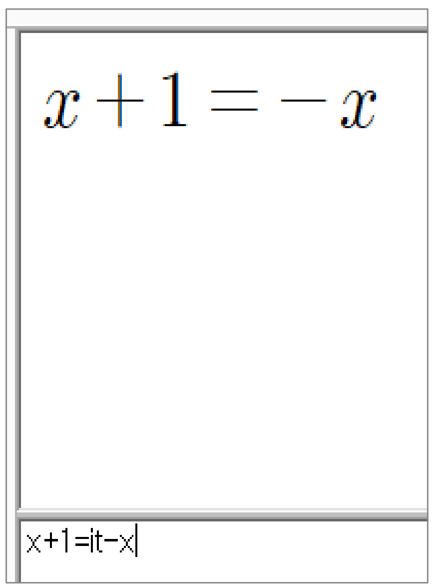




등호 다음에 마이너스 부호가 붙으면 그 간격이 지나치게 붙어 있다. 이럴 때는 등호와 마이너스 부호 사이에 ‘**it**’를 입력하면 적당한 간격을 띄울 수 있다.

[예] $x+1=-x$를 $x+1= \ -x$와 같이 간격 띄우기



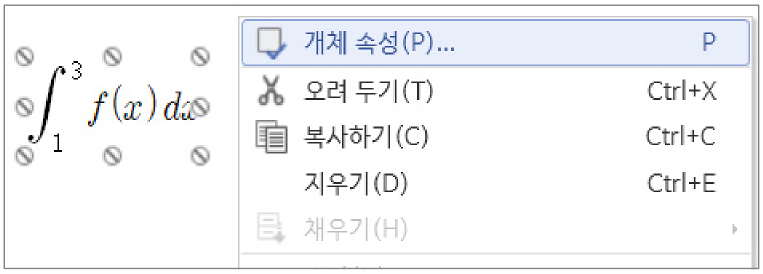


마. 전체 수식의 크기를 한 번에 바꾸는 방법

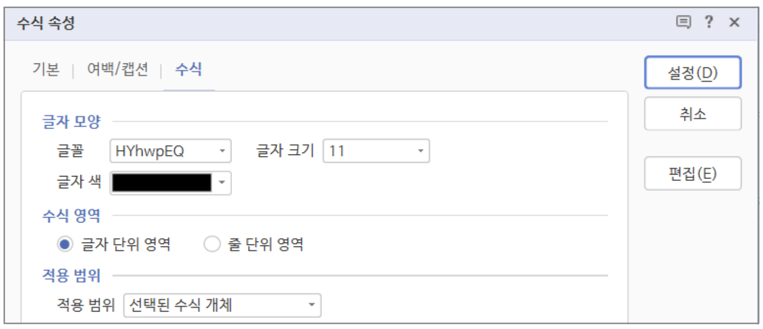
하나의 문서에서 여러 개의 수식을 입력하거나, 서로 다른 문서를 하나의 문서로 취합할 때 각 수식의 크기를 통일시켜야 할 때가 있다.

수식 하나씩 들어가서 수식 크기를 변경해도 되지만, 크기를 바꿔야 하는 문자가 많은 경우에는 전체 수식의 크기를 한 번에 바꾸는 다음과 같은 방법이 효율적일 수 있다.

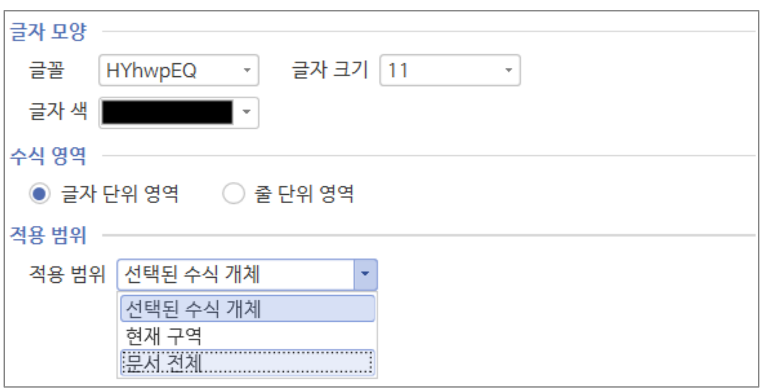
1) 아무 수식을 클릭하고 마우스 오른쪽 버튼을 누른 후 개체 속성을 누른다.



2) 수식 속성의 '수식'탭을 누른다.



3) 글자 크기를 정하고, 적용 범위 탭에서 '문서 전체'를 클릭하여 '설정'을 누른다.



바. 그 외 기호($\cdot$, $\cdots$, $\therefore$, $\because$, $\neq$, $'$) 입력 방법

모든 기호는 기호창을 통해서 버튼을 누르는 것만으로도 기호를 입력할 수 있지만, 자주 쓰는 기호의 경우는 단축키 또는 명령어를 기억해서 사용하면 수식작성에 있어서 시간적인 효율을 얻을 수 있다.

4 평가 문항 그래프 및 도형 그리기 도움자료

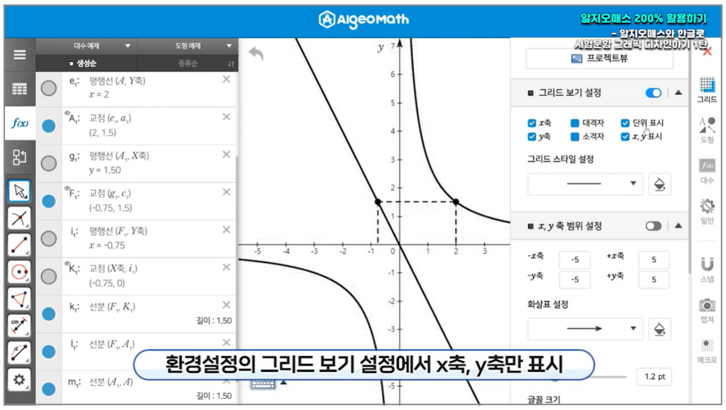
가. 알지오매스와 한글로 평가 문항 그래프 및 도형 그리기

평가 문항 출제 시 기존 문항을 다소 변형하여 출제하고자 하는 아이디어가 있어도 관련 그림을 그리는 것이 어려워 주저하는 경우들이 종종 있으며, 이러한 결과로 기하적인 요소보다 공식이나 대수적인 과정을 요구하는 문제가 더 많이 출제될 수 있다. 그래프나 도형을 포함한 문제에서는 대수적 계산 능력 외에도 기하적 성질 활용 능력을 물을 수 있고, 문항의 완성도를 높이면서 조건의 다의적 해석을 막아주는 역할도 할 수 있으므로 그래프와 도형을 그릴 수 있다면 문항 출제의 폭이 보다 넓어질 수 있다.

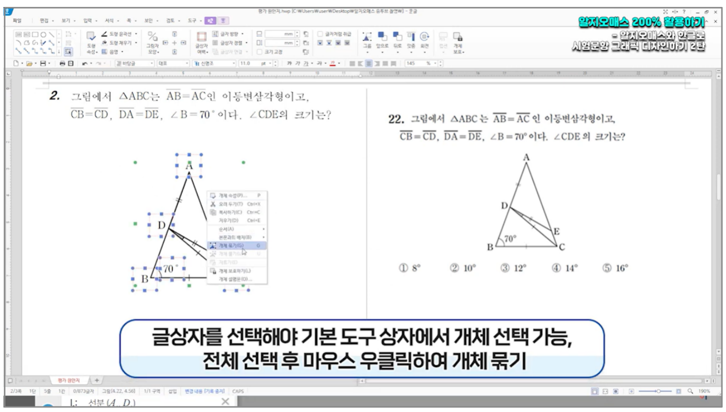
평가 문항에서는 제공된 그래프와 도형이 주어진 조건과 동일해야 학생들이 문제의 의미를 올바르게 이해할 수 있으므로, 대학수학능력시험에서도 최대한 실측비에 가까운 그래프와 도형을 제시하고 있다. 그러기 위해서는 공학적 도구를 이용해야 하는데, GeoGebra 나 Algeomath 등의 범용되는 소프트웨어를 이용한다면 대학수학능력시험이나 교과서 등에서 보이는 완성도 높은 그래프 및 도형을 충분히 그릴 수 있다. 평가 문항 그래픽 디자인은 교과서나 전국연합학력평가 및 대학수학능력시험에 제시된 그래프 및 도형을 똑같이 그려보는 것에서부터 시작한다고 할 수 있다.

특히, 알지오매스는 간편한 인터페이스나, 스크린샷 기능, 꾸미기 기능 등이 잘 구현되어 있어 이를 잘 활용하면 완성도 높은 그래프 및 도형을 그릴 수 있다. 한국과학창의재단에서는 알지오매스를 활용한 평가문항 만들기 영상 튜토리얼 3편을 제공하고 있으며, 재단의 동의를 얻어 영상의 링크 주소 및 QR코드를 수록한다. 한 번 해보는 것만으로 완벽한 결과를 얻기는 어렵겠으나, 계속해서 연습한다면 생각보다 빨리 완성도가 높아진 평가 문항을 발견할 수 있을 것이라 생각한다.

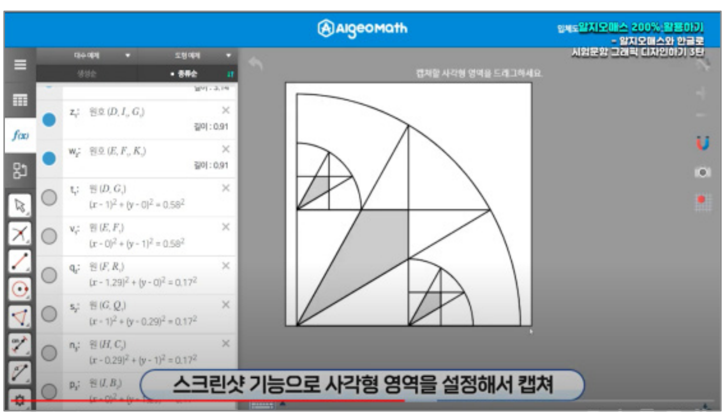
1) 평가문항 만들기(그래프 편) https://youtu.be/rtCx7ASJRGc



2) 평가문항 만들기(도형 편) https://youtu.be/kOeTY26ZyAs



3) 평가문항 만들기(등비급수 편) https://youtu.be/lzU31LBeLT4



나. 그래프 및 도형 그리기를 활용하여 문항 오류 검토하기

문제를 출제할 때는 출제자의 의도대로 값이 존재하거나 그림으로 표현가능하다고 생각되지만, 실제로는 그림이 존재하지 않거나 의도와는 다른 결과가 나오기도 한다. 그래서 문제를 출제하고 나면 GeoGebra 나 Algeomath 등의 범용되는 기하소프트웨어로 직접 그림을 그려 실측결과를 확인해봄으로써 문제에 오류가 있는지를 검토해보는 과정은 문항의 오류발생을 줄일 수 있는 좋은 방법이 될 수 있다.

사례 ①

수정 전

방정식 $x^3-2x+k=0$ 의 실근이 열린구간 $(-1,1)$ 에 적어도 하나 존재하도록 하는 모든 정수 k 의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

출제의도 및 풀이

사잇값의 정리를 이용하여 답을 구하도록 출제한 문항이다.

함수 $f(x)=x^3-2x+k$ 라 하면 구간 $[-1,1]$ 에서 연속이므로

주어진 조건을 만족하려면

$f(-1)f(1)<0$

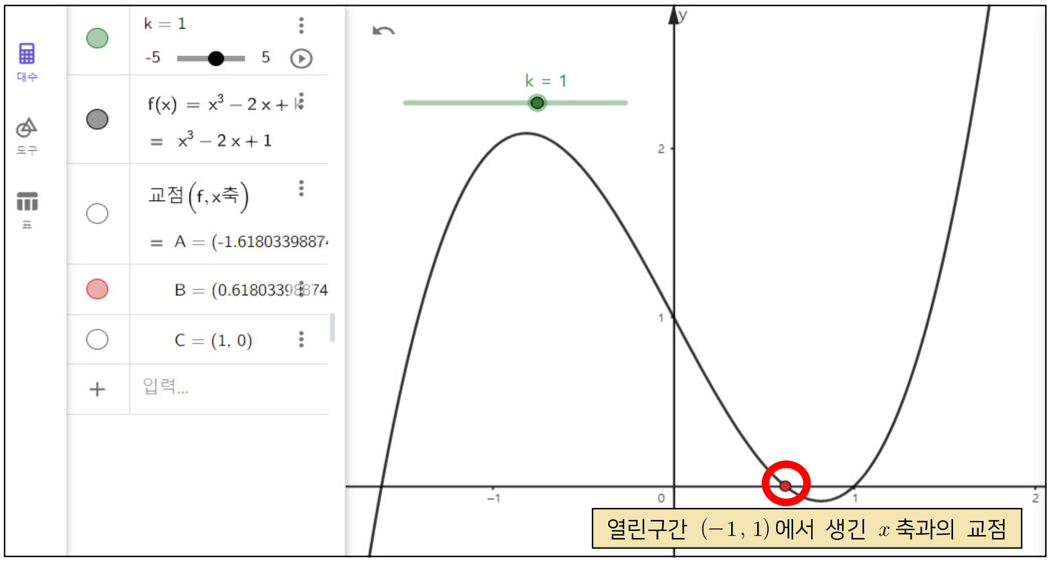
$(k+1)(k-1)<0$

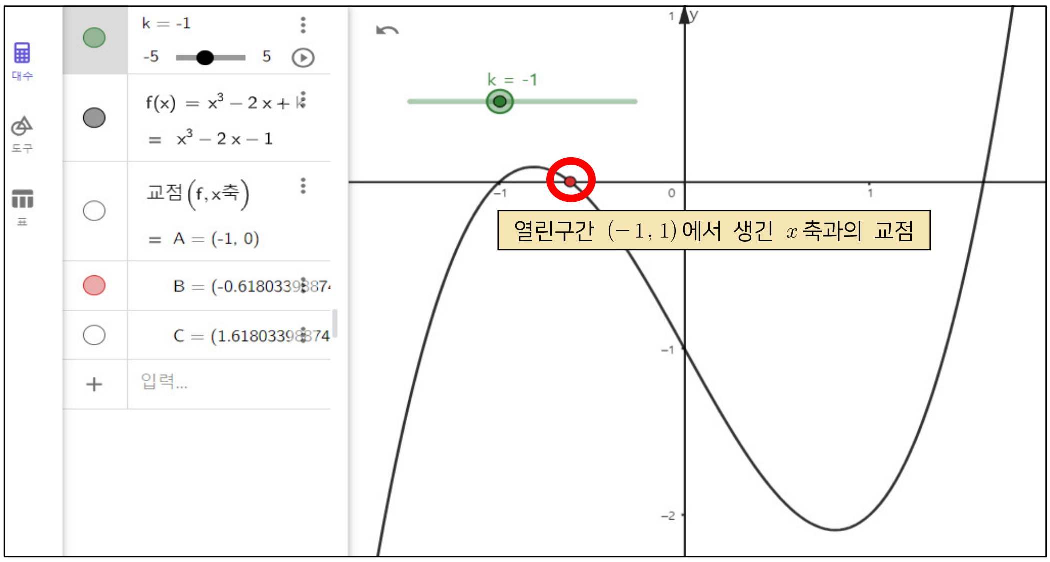
이므로 조건을 만족하는 정수 k 는 0 뿐이다.

문제상황 그리기

GeoGebra의 대수창에 $f(x)=x^3-2x+k$ 를 입력하면 함수의 그래프와 함께 k 에 관한 슬라이드가 생성되는데, 슬라이드의 k 값을 이동시키면 함수 그래프의 개형을 알 수 있다.

이때, $f(x)=x^3-2x+k$ 의 그래프에서 $k=0$ 뿐만 아니라 $k=\pm 1$ 일 때도 x 축과의 교점이 열린구간 $(-1,1)$ 에서 존재하는 것을 확인할 수 있다.





[$k=1$ 일 때(위쪽)와 $k=-1$ 일 때(아랫쪽)]

이것은 사잇값의 정리가 함수 $f(x)$ 가 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$ 인 경우에는 $f(c)=0$ 인 c 가 구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재함을 보장해주지만, $f(a)f(b)=0$ 인 경우를 설명하지는 않기 때문에 생긴 오류이다. 따라서, 문제상황의 실측 그래프를 그려보고 문제를 출제할 필요성이 있다.

수정 후

방정식 $x^3-\frac{5}{3}x+k=0$ 의 실근이 열린구간 $(1, 2)$에 적어도 하나 존재하도록 하는 모든 정수 k 의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

사례 ②

수정 전

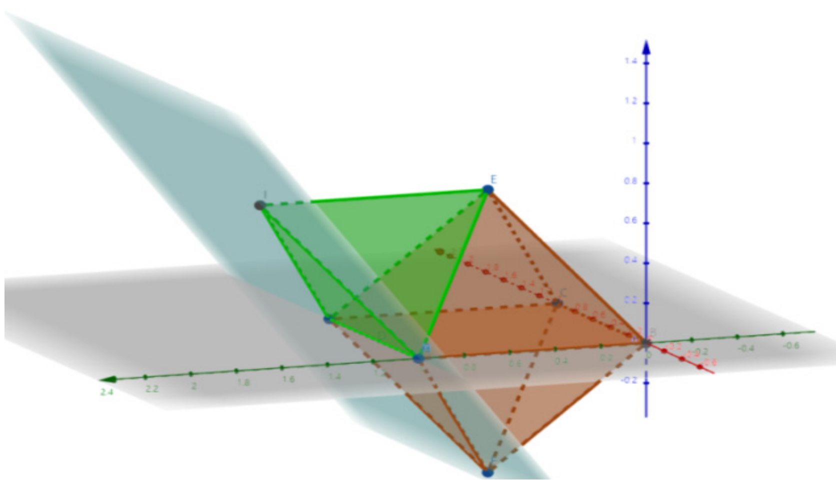
모서리의 길이가 같은 정사면체와 정팔면체의 한 면이 서로 포개지도록 붙인 다면체의 면은 몇 개인가?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

출제의도 및 풀이

정사면체의 면 4개와 정팔면체의 면 8개를 더한 후 포개진 면의 개수를 빼면 되므로 $4+8-2=10$이다.

문제상황 그리기



[GeoGebra 3차원 기하창에서 그린 도형]

지오지브라의 3차원 기하창의 다면체 각뿔 그리기 기능을 이용하여 사각뿔 2개를 겹쳐 정팔면체를 그릴 수 있다. 이후, 정사면체를 앞서 그린 정팔면체의 한 면에 닿게 그리면 문제상황에 해당하는 그림을 그릴 수 있는데, 이때, 맞닿은 정사면체와 정팔면체의 면이 한 평면을 이루게 되어 정답은 $4+8-2-3=7$이다. 따라서, 문제상황의 실측 도형을 그려보고 문제를 출제할 필요성이 있다.

수정 후

모든 모서리의 길이가 1인 정육면체와 정사각뿔이 있다. 정사각뿔의 밑면과 정육면체의 한 면이 서로 포개지도록 붙인 다면체의 면은 모두 몇 개인가?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

사례 ③

수정 전

실수 k와 양수 c에 대하여 두 초점이 $\mathrm{F}(k, c)$, $\mathrm{F}'(k, -c)$이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선 위에 두 점 $\mathrm{P}(\alpha, 4)$, $\mathrm{Q}(\beta, 6)$ $(\alpha < k < \beta)$가 있다. 초점이 F이고 축이 x축과 평행한 포물선 C_1과 초점이 F'이고 축이 y축과 평행한 포물선 C_2에 대하여 두 포물선 C_1, C_2가 두 점 P, Q에서 만난다. $\alpha+\beta=-4$일 때, $\overline{\mathrm{FF}'}^2$의 값을 구하시오.

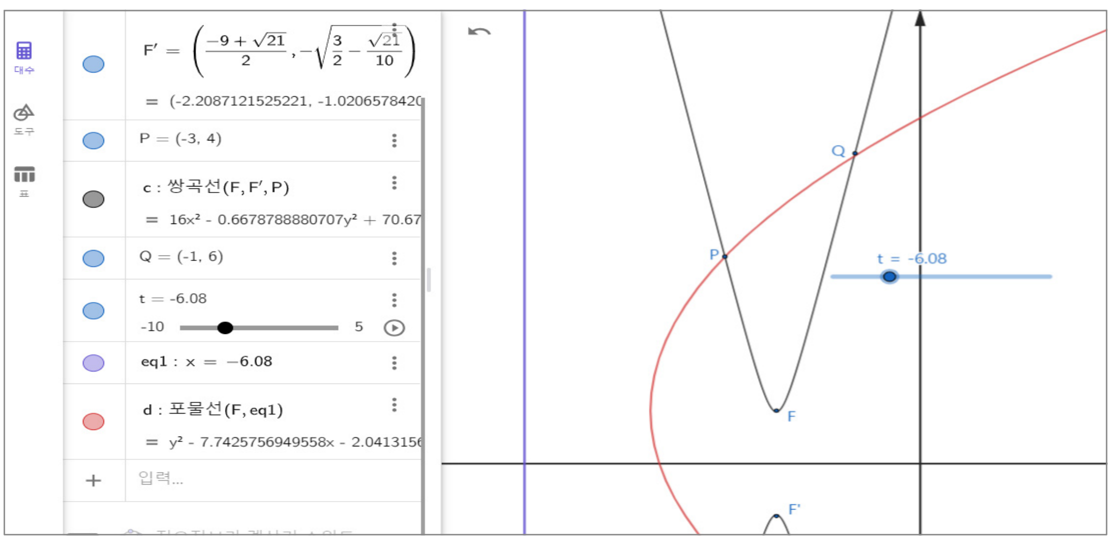
출제의도 및 풀이

조건을 만족시키는 $\alpha=-3$, $\beta=-1$을 구한 후 쌍곡선 식 $\dfrac{(x-k)^2}{a^2}-y^2=-1$에 대입하여 k에 대해 정리하면 $k=\dfrac{-9+\sqrt{21}}{2}$, $a^2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{21}}{10}$을 구할 수 있고,

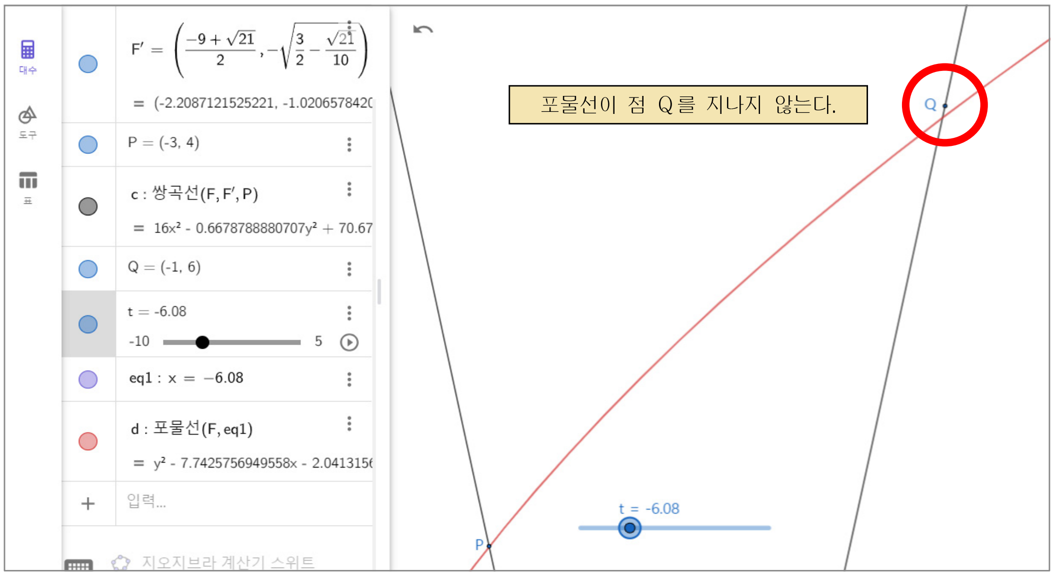
$\overline{\mathrm{FF}'}^2=4c^2=4(a^2+1)=6-\dfrac{2}{5}\sqrt{21}$을 구할 수 있다. (이때, $c=\sqrt{\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{21}}{10}}$ 이다.)

문제상황 그리기

이 문제는 점 $\mathrm{F}(k, c)$를 초점으로 하고 축이 x축과 평행하면서 두 점 $\mathrm{P}(-3, 4)$, $\mathrm{Q}(-1, 6)$을 모두 지나는 포물선 C_1과 점 $\mathrm{F}'(k, -c)$를 초점으로 하고 축이 y축과 평행하면서 두 점 $\mathrm{P}(-3, 4)$, $\mathrm{Q}(-1, 6)$을 모두 지나는 포물선 C_2가 존재해야 한다.
계산을 통해 구한 점 F를 초점으로 하고 $x=a$를 준선으로 하는 포물선 C_1을 그려보면 점 P를 지날 때, 점 Q를 지나지 않는 것을 확인할 수 있다.



[GeoGebra에서 그린 문제 상황 그림]



[위 그래프를 확대한 모습]

위에서 구한 F로 주축의 길이를 구해보면 $\overline{\mathrm{FQ}}-\overline{\mathrm{FP}}=2.0413\cdots \neq 2$가 됨을 알 수 있다. 따라서, 문제상황의 실측 그래프를 그려보고 문제를 출제할 필요성이 있다.

수정 후

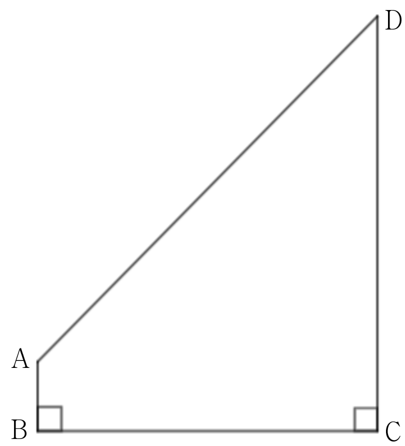
x축 위의 점 F, y축 위의 점 F′을 각각 초점으로 하는 두 포물선이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 두 점 A, B를 지나는 직선 l의 기울기가 $\frac{2}{3}$, $\overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{AF}}+12$일 때, $\overline{\mathrm{BF'}}-\overline{\mathrm{AF'}}$의 값을 구하시오. (단, 두 포물선의 축은 원점에서 만난다.)

사례 ④

수정 전

$\angle B = \angle C = 90^{\circ}$ 이고, 넓이가 70인 사다리꼴 $ABCD$에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{MD} = 13$이다. 점 M에서 변 AD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{BM} = \overline{MH} = 5$이다. 선분 AD의 길이는?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17



출제의도 및 풀이

직각삼각형의 합동, 피타고라스의 정리를 이용하여 답을 구하도록 출제한 문항이다.

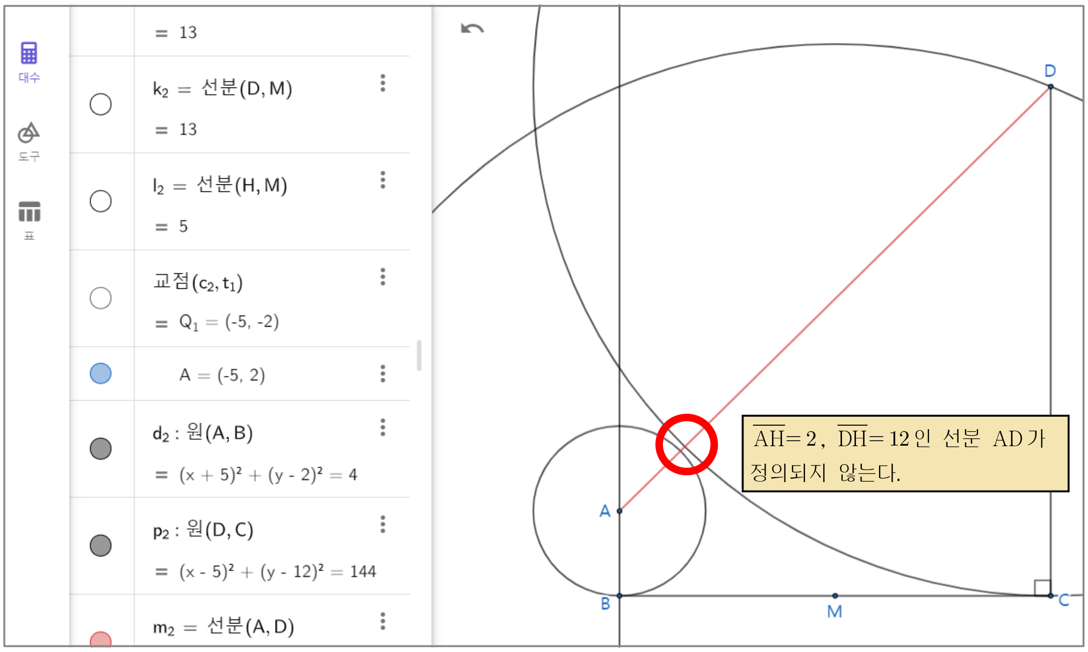
직각삼각형 MCD에서 피타고라스 정리에 의해 $12 = \overline{CD} = \overline{DH}$,

사다리꼴 $ABCD$의 넓이는 $\frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD}) \times \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AH} = 2$

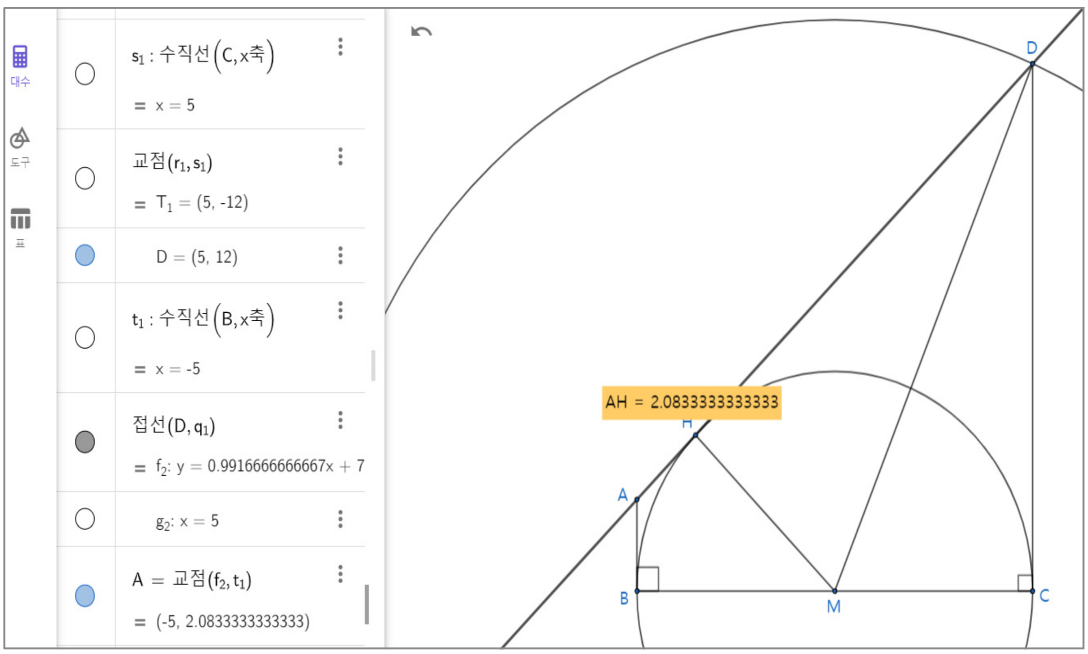
이므로 $\overline{AD} = \overline{AH} + \overline{DH} = 14$이다.

문제상황 그리기

이 문제는 $\overline{BM} = \overline{MH} = 5$, $\angle AHM = 90^{\circ}$ 이므로 점 H는 반지름의 길이가 5이고 중심이 M인 원과 직선 AD의 접점이다. 따라서, 선분 MD의 길이가 정해지면 선분 AH의 길이도 연이어 정해지게 되는데, 이를 고려하지 않고 조건을 제시함으로써 실제 도형이 존재하지 않는 문제가 되었다.



[GeoGebra에서 그린 문제 상황 그림]



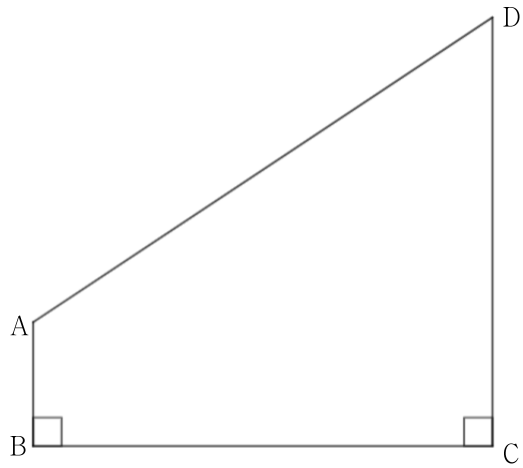
[GeoGebra에서 그린 문제 상황 그림]

위에서 문제 상황을 그려보면 $\overline{AH} = 2.0833\cdots \neq 2$가 됨을 알 수 있다.
따라서, 문제 상황의 실측 그래프를 그려보고 문제를 출제할 필요성이 있다.

수정 후

$\angle B = \angle C = 90^\circ$ 이고, 넓이가 60 인 사다리꼴 $ABCD$ 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 변 AD 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{BM} = \overline{MH} = 5$ 이다. 선분 AD 의 길이는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14



[참고문헌]

경기도교육청(2022). 평가문항 제작 방법; 수학.

경상남도교육청(2023). 2023. 영어과 선택형 문항 제작 도움 자료집

경상남도교육청(2023). 2023학년도 중등 학업성적관리 업무 길라잡이

고정화(2010). 평가 문항의 질 향상을 위한 문항 수정 유형 분석. 학교수학, 12(2), 113-136

교육부(2015). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8].

교육부(2018). 2015 개정 교육과정 교수학습자료 중학교 [수학]

교육부(2018). 2015 개정 교육과정 교수학습자료 고등학교 [수학]

교육부(2018). 2015 개정 교육과정 교수학습자료 고등학교 [수학Ⅰ]

교육부(2018). 2015 개정 교육과정 교수학습자료 고등학교 [수학Ⅱ, 미적분]

교육부(2018). 2015 개정 교육과정 교수학습자료 고등학교 [확률과 통계, 기하]

김인경(2014). 수학예비교사가 제시한 수학 평가문항에서 나타나는 특징과 오류 분석. 한국교원교육연구 제31권 제3호, 175-196.

라병소, 주복향(2002). 수학의 지필평가에서 발생하는 오해의 분석적 연구. 한국초등수학교육학회지 6, 59-76.

부산광역시교육청(2018). 2019. 6월 고1·고2 전국연합학력평가 출제위원 워크숍자료

성태제, 윤혜경(1998). 대학수학능력시험의 '모든 것이 정답' 혹은 '정답 없음' 답지를 포함한 선다형 문항특성 분석. 한국교육학회 교육학연구 제36권 제1호, 131-147

신범영(2010). 바람직한 수학 평가 문항 제작에 대한 연구. 서울시립대학교 석사학위논문

양성현(2014). 고등학교 수학과 지필평가 문항분석; 기하와 벡터를 중심으로. 한국수학교육학회지 수학교육연구 제24권 제4호, 573-594.

전영주(2012). 수학과 평가 문항제작의 실제. 한국학교수학회 한국학교수학회논문집, 281-297

중등 학생평가문항제작 연구회(2020). 지필평가 문항제작 길라잡이.

최영기, 홍갑주, 도종훈, 김민정(2022). 선다형 평가문항을 통한 오류분석. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, 제14집, 151-162.

한국과학창의재단(2015). 2015 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정(교수학습 방법 및 평가) 개발 연구

한국교육과정평가원(2004). 대학수학능력시험 출제 매뉴얼; 수리영역.

한국교육과정평가원(2018). 평가 문항 개발 역량 강화 교사 연수

한국교육과정평가원(2021). 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료

황재우, 부덕훈(2018). 선다형 문제와 서술형 문제의 점수 차이와 이에 대한 학생들의 인식; 고등학교 기하 교과를 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 제57권 제3호, 197-213.

2023.
수학과 평가 문항 제작 도움 자료집

총괄

황흔귀 | 경상남도교육청 중등교육과장

기획

정선미 | 경상남도교육청 중등교육과 장학관
전형남 | 경상남도교육청 중등교육과 장학사

집필

김석봉 | 창원과학고등학교 교사
고성덕 | 진해용원고등학교 교사
나대균 | 김해율하고등학교 교사
최욱환 | 김해외국어고등학교 교사

검토

송혜민 | 김해분성여자고등학교 교사
정연하 | 김해고등학교 수석교사
정종엽 | 창원용호고등학교 교사